Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

Probleme der Algebraischen Zahlentheorie, WS 2012/2013

Problem 13.
(i) Berechnen Sie für quadratfreies $m \in \mathbb{Z}$ die Zerfällung der Primzahl p (d.h. des Primideals $p\mathcal{O}_K$) in $K = \mathbb{Q}(\sqrt{m})$.
(ii) Beschreiben Sie den wohlbestimmten (!) quadratischen Teilkörper des p-ten Kreisteilungskörpers K_p für $p = 5, 7, 11, 13, \ldots$.

Problem 14.
Es sei K ein diskret bewerteter Körper und V ein K-Vektorraum. Zwei nichtarchimedische Normen $\| \ \|_1$ und $\| \ \|_2$ auf V heißen:

- *äquivalent*, wenn $\| \ \|_1$ und $\| \ \|_2$ auf den selben Konvergenzbegriff führen;
- *stark äquivalent*, wenn Konstanten $C, D > 0$ existieren mit der Eigenschaft

$$\|x\|_2 \leq C \|x\|_1, \quad \|x\|_1 \leq D \|x\|_2, \qquad \forall x \in V.$$

Zeigen Sie, dass beide Äquivalenzbegriffe übereinstimmen.