

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



2. Übung zu Algebra, SS 2012

Aufgabe 1. (20 Punkte)

Es sei $L | K$ eine algebraische Körpererweiterung.

Zeigen Sie:

(i) Sind D eine K -Derivation von L , $\alpha \in L$, und $f(X) \in K[X]$, so gilt:

$$D(f(\alpha)) = f'(\alpha)D(\alpha).$$

(ii) Es seien $\alpha \in L$, f das Minimalpolynom von α über K , sowie $\beta \in K(\alpha)$. Genau dann gibt es eine K -Derivation D von $K(\alpha)$ mit $D(\alpha) = \beta$, wenn gilt:

$$f'(\alpha) \cdot \beta = 0.$$

(iii) L ist genau dann separabel über K , wenn er keine nichttrivialen K -Derivationen besitzt.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Es seien $K_1 = \mathbb{F}_3(T)$ und $K_2 = \mathbb{F}_4(T)$ die Körper der rationalen Funktionen über \mathbb{F}_3 bzw. \mathbb{F}_4 , sowie

$$L_1 = K_1(\sqrt[3]{T}), \quad L_2 = K_2(\sqrt[3]{T}).$$

Untersuchen Sie die Erweiterungen $L_1 | K_1$ und $L_2 | K_2$ auf Normalität und Separabilität.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Untersuchen Sie den Nullstellenkörper L des Polynoms $f(X) = X^4 - 10X^2 + 1$ auf Normalität und Separabilität über \mathbb{Q} .

Abgabe am 02.05.2012 vor der Vorlesung