

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



5. Übung zu Algebra,
SS 2012

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Es sei a eine Nullstelle von $f(X) = X^3 + X^2 - 2X - 1 \in \mathbb{Q}[X]$.

- (i) Zeigen Sie, dass $b = a^2 - 2$ ebenfalls Nullstelle von $f(X)$ ist.
- (ii) Zeigen Sie, dass $K = \mathbb{Q}(a)$ normal über \mathbb{Q} ist.
- (iii) Bestimmen Sie $\text{Gal}(K | \mathbb{Q})$.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Es sei $f(X) = X^6 - p^3q^2 \in \mathbb{Q}[X]$ mit zwei voneinander verschiedenen Primzahlen p und q .

- (i) Zeigen Sie, dass f in $\mathbb{Q}[X]$ irreduzibel ist.
- (ii) Bestimmen Sie den Zerfällungskörper L von f über \mathbb{Q} und geben Sie $[L : \mathbb{Q}]$ an.
- (iii) Bestimmen Sie die Galoisgruppe $\text{Gal}(f)$ und geben Sie einen injektiven Homomorphismus von $\text{Gal}(f)$ in die symmetrische Gruppe S_6 an. Ist $\text{Gal}(f)$ abelsch?
- (iv) Bestimmen Sie alle Zwischenkörper Z der Erweiterung $L | \mathbb{Q}$ mit $[Z : \mathbb{Q}] = 6$.

Abgabe am 23.05.2012 vor der Vorlesung