Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

6. Übung zu Algebra,
SS 2012

Aufgabe 1. *(10 Punkte)*
Es sei $L \mid K$ eine Körpererweiterung.
Eine Menge $\{x_1, \dots, x_n\} \subseteq L$ heißt *algebraisch unabhängig*, wenn gilt:
Ist $f \in K[X_1, \dots X_n]$ mit $f(x_1, \dots, x_n) = 0$, so ist $f = 0$.

Zeigen Sie:
Eine Menge $\{x_1, \dots, x_n\}$ ist algebraisch unabhängig genau dann, wenn für alle $1 \leq i \leq n$ gilt: x_i ist transzendent über $K(x_1, \dots, x_{i-1})$.

Aufgabe 2. *(20 = 5 + 10 + 5 Punkte)*
Berechnen Sie die Diskriminante $D(f)$
(i) des Kreisteilungspolynoms $f_5(X) = (X^5 - 1)/(X - 1)$;
(ii) des Kreisteilungspolynoms $f_7(X) = (X^7 - 1)/(X - 1)$;
(iii) des Polynoms $f(X) = X^4 + 4X^3 + 8X^2 + 9X + 9$.

Aufgabe 2. *(10 Punkte)*
Die Gruppe S_3 operiert auf dem rationalen Funktionenkörper $L := \mathbb{C}(X_1, X_2, X_3)$ durch Permutation der Indizes.
Beschreiben Sie die Körper der Invarianten L^H für die vier nichttrivialen Untergruppen von S_3.

Abgabe am 30.05.2012 vor der Vorlesung