Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

6. Übung zu Algebra
SS 2016

Aufgabe 1. *(10 = 5 + 5 Punkte)*
(i) Schreiben Sie, soweit möglich, die folgenden Ausdrücke aus $\mathbb{Q}(X, Y, Z)$ als rationale Funktionen über $\mathbb{Q}$ in den symmetrischen Polynomen s_1, s_2, s_3 (mit $s_i = s_i(X, Y, Z)$):
(1) $X^3Y + Y^3Z + Z^3X + XY^3 + YZ^3 + ZX^3$;
(2) $(X + Y) \cdot (X + Z) \cdot (Y + Z)$;
(3) $\frac{XY}{Z} + \frac{XZ}{Y} + \frac{YZ}{X}$.
(ii) Es sei $\alpha := XZ + YW \in \mathbb{Q}(X, Y, Z, W)$ gegeben.
Welchen Grad hat α über $K := \mathbb{Q}(s_1, s_2, s_3, s_4)$ (mit $s_i = s_i(X, Y, Z, W)$)?
Für welche Untergruppe $H \subseteq S_4$ gilt $K(\alpha) = \mathbb{Q}(X, Y, Z, W)^H$?

Aufgabe 2. *(20 Punkt*e)
In der Vorlesung wurden die transitiven Untergruppen G von S_4 aufgelistet.
Finden Sie zu jeder dieser Gruppen einen galoisschen Erweiterungskörper L von $\mathbb{Q}$ mit $\mathrm{Gal}(L \mid \mathbb{Q}) \cong G$, der in der Vorlesung noch nicht als Beispiel verwendet wurde.

Hinweis: Sie dürfen den Satz 2.15 von Kronecker verwenden, obwohl dieser nicht bewiesen wurde.

Aufgabe 3. *(10 Punkt*e)
Die Gruppe S_3 operiert auf dem rationalen Funktionenkörper $L := \mathbb{C}(X_1, X_2, X_3)$ durch Permutation der Indizes.
Beschreiben Sie die Körper der Invarianten L^H für die vier nichttrivialen Untergruppen von S_3.

Abgabe am 01.06.2016 vor der Vorlesung