

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



**1. Übung zu Einführung in die Algebra und Zahlentheorie,
WS 2015/2016**

Aufgabe 1. (8 + 4 + 8 = 20 Punkte)

Die Diedergruppe D_{2n} kann beschrieben werden als $D_{2n} = \langle \sigma, \tau \rangle$ mit $\text{ord}(\sigma) = n$, $\text{ord}(\tau) = 2$ und $\tau\sigma\tau = \sigma^{-1}$.

- (i) Beschreiben Sie D_{2n} mengentheoretisch mittels Wörtern in σ und τ .
- (ii) Wie viele Elemente hat D_{2n} ?
- (iii) Es sei $k \in \mathbb{N}$. Für welche $n \in \mathbb{N}$ hat D_{2n} eine zu D_{2k} isomorphe Untergruppe? Beweisen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Wie sieht die Symmetriegruppe eines dreidimensionalen Würfels aus?
(D.h. die Gruppe aller orthogonalen Abbildungen des euklidischen dreidimensionalen Raumes, die einen Würfel mit Mittelpunkt 0 auf sich selbst abbildet.)
Wieviele Elemente hat sie?

Hinweis: Eine solche Abbildung ist eindeutig bestimmt, wenn ihr Verhalten auf den Ecken bekannt ist.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Es sei $\mathbb{F}_{17} = \mathbb{Z}/(17)$ der Körper mit 17 Elementen. Wir schreiben "a" für die Restklasse von $a \in \mathbb{Z}$ in \mathbb{F}_{17} (d.h. in \mathbb{F}_{17} gilt z.B. $2 = 19$) und identifizieren so \mathbb{F}_{17} mit $\{0, 1, \dots, 16\}$.

Die Multiplikation mit $4 \in \mathbb{F}_{17}$ bewirkt eine Permutation σ von \mathbb{F}_{17} . Stellen Sie σ in Zykelschreibweise dar.

**Abgabe bis Donnerstag, den 29.10.2015
vor der Vorlesung in die Briefkästen**