Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

12. Übung zur elementaren Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, SS 04

Probeklausur

Auch in der Klausur finden Sie die folgende Anweisung / Erläuterung.

Wertung:
Sie können alle sechs Aufgaben bearbeiten. Gewertet werden aber nur die vier besten.

Bearbeitung:
Geben Sie stets explizit das gewählte Modell und alle benötigten Größen an, wie Ereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten, Zufallsvariablen, Verteilungen und gewählte Approximationen.
Begründen Sie Ihre Rechenschritte sorgfältig!

Rechnungen:
Wieviel Berechnung verlangt ist, ist am Ende der Aufgabenstellung vermerkt, dabei ist:

(a) *Explizit: am Ende steht ein gekürzter Bruch oder eine Dezimalentwicklung bis auf drei Stellen genau.*
(b) *Vereinfachen soweit wie möglich: Ausdrücke der Form $\binom{a}{b}$, e^k, $k!$, $\phi(t)$ und $\sqrt{x}$ mit quadratfreiem x bleiben stehen. Terme werden aber zusammengefaßt.*
(c) *Aufstellen einer (Summen-)formel, die neben den Laufindizes nur Zahlenwerte enthält.*

Aufgabe 1: (*10 Punkte*) Ein Multiple-Choice-Test besteht aus 30 Fragen. Es werden jeweils vier Antworten zur Auswahl gestellt, von denen genau eine richtig ist. Arno nimmt an diesem Test teil. Von fünf Fragen kennt er die Antwort. Bei weiteren fünf muß er sich nur zwischen zwei Antworten entscheiden und wählt zufällig. Vom Rest hat er aber keine Ahnung und kreuzt zufällig Antworten an. Bestanden hat er den Test, wenn wenigstens 17 Antworten richtig sind.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ihm dies gelingt?
Rechnung: (c)

Aufgabe 2: (*10 Punkte*) Sei $\{A_i\}$ eine Familie von Ereignissen in einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P). Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, daß aus

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$$

nicht die Unabhängigkeit der A_i folgt.
Rechnung: (a)

Aufgabe 3: (*10 Punkte*) In drei verschiedenen ununterscheidbaren Urnen U_1, U_2 und U_3 befinden sich je hundert Kugeln in folgender Verteilung:

Urne	schwarz	weiß
U_1	20	80
U_2	40	60
U_3	70	30

Nun wird zunächst eine Urne ausgewählt, aus dieser werden dann fünf Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Bei einem Experiment erhalten wir dabei genau 2 schwarze Kugeln. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß wir die Urne U_1 gewählt hatten.
Rechnung: (b)

Aufgabe 4: (*10 Punkte*) Sei X eine Zufallsgröße mit Erwartungswert $\mu = EX$ und Standardabweichung $\sigma = \sigma(X)$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Tschebychewschen Ungleichung Abschätzungen für $P(|X - \mu| \geq 2\sigma)$ und $P(|X - \mu| \leq 3\sigma)$.
Rechnung: (a)

Aufgabe 5: (*10 Punkte*) Im Rahmen einer Marktanalyse möchte eine Firma den Bekanntheitsgrad ihrer Produkte ermitteln. Dabei soll die Wahrscheinlichkeit, daß ein potentieller Kunde das Produkt kennt, auf 2% genau bestimmt werden, und das Konfidenzniveau für die Schätzung soll 95% betragen. Bestimmen Sie näherungsweise die Zahl der Befragungen, die durchgeführt werden müssen.
Rechnung: (b)

Aufgabe 6: (*10 Punkte*)
Bernd fährt häufiger per Anhalter. Aus Erfahrung weiß er, daß im Durchschnitt alle halbe Stunde ein Auto anhält. Nun steht er bereits eine halbe Stunde am Straßenrand. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er in den nächsten zehn Minuten mitgenommen wird?
(Die Zeit ist ein Intervall $[0, \infty)$, der Zeitpunkt der ersten Beobachtung also eine Zufallsvariable X mit Werten in $[0, \infty)$. Wählen Sie eine geeignete Verteilungsannahme)
Rechnung: (b)

keine Abgabe