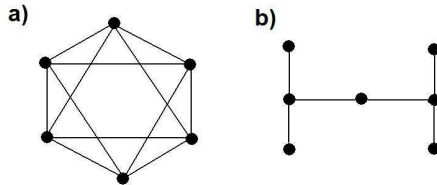




4. Übung zu Kombinatorik und Graphentheorie,  
SS 2014

**Aufgabe 1.** ( $7 + 7 = 14$  Punkte)

Beschreiben Sie die zugehörigen Automorphismengruppen der nachfolgenden Graphen:



**Aufgabe 2.** ( $7 + 7 = 14$  Punkte)

- (i) Beweisen Sie: Zu jedem  $k \geq 2$  gibt es eine natürliche Zahl  $N$  mit der folgenden Eigenschaft: Färben wir die Zahlen aus  $\mathbb{N}_N$  mit  $k$  Farben, dann gibt es ein Tripel  $(x, y, z)$  gleichfarbiger Zahlen aus  $\mathbb{N}_N$  mit  $x + y = z$ .
- (ii) Sei jetzt  $k = 2$  oder  $3$ . Bestimmen Sie in beiden Fällen das minimale  $N$  zur Problemstellung in (i).

*Hinweis zu (i):* Formulieren und beweisen Sie ein zugehöriges graphentheoretisches Problem.

**Aufgabe 3.** ( $6 + 6 = 12$  Punkte)

- (i) Geben Sie eine Bijektion zwischen den Teilmengen gerader und denen ungerader Ordnung in  $\mathbb{N}_n$  ( $n \geq 1$ ) an.
- (ii) Wieviele  $n \times n$  Matrizen mit Einträgen 0 und 1 haben eine ungerade Anzahl von Einsen sowohl in den Zeilen als auch in den Spalten?