

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



5. Übung zu Kombinatorik und Graphentheorie, SS 2014

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Sei $R := \mathbb{C}[[X]]$ der Ring der formalen Potenzreihen über \mathbb{C} .

(i) Zeigen Sie: Die Potenzreihe $f(X) = \sum_{n \geq 0} a_n X^n$ aus R ist genau dann invertierbar, wenn $a_0 \neq 0$ gilt. Geben Sie für diesen Fall eine Rekursion für die Koeffizienten b_n von $f(X)^{-1} = \sum_{n \geq 0} b_n X^n$ an.

(ii) Bestimmen Sie den Konvergenzradius $\varrho(f)$ für $f(X) = \sum_{n \geq 1} n^k X^n$, mit $k \in \mathbb{Z}$.

(iii) Für $f(X) \in R^*$ besitzt die Gleichung $Y^2 = f(X)$ in R genau zwei verschiedene Lösungen $\alpha_1(X), \alpha_2(X)$ und es gilt $\alpha_1(X) = -\alpha_2(X)$.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Wieviele echt verschiedene Blumensträuße bestehend aus 21 Blumen in den vier Farben semmelbraun, ecru, isabellfarben und chamois kann man binden? Dabei sind zwei Blumensträuße echt verschieden, wenn nicht alle Farben in derselben Anzahl vorhanden sind.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Die DFL benötigt Ihre Hilfe zur Planung der Topspiele am Montagabend für die kommende Saison der 2. Fußball-Bundesliga. Es ist davon auszugehen, dass auf folgende Rahmenbedingungen Rücksicht genommen wird:

- Thomas T. wäre beunruhigt, wenn sein neuer Verein eine ungerade Anzahl an Montagsspielen bestreiten müsste. Leipzig wird daher eine gerade Anzahl an Topspielen absolvieren dürfen.
- Der FC Ingolstadt 04 feiert in diesem Jahr sein zehnjähriges Gründungsjubiläum. Daher soll die Anzahl der Auftritte an einem Montagabend ein Vielfaches von 4 sein.
- Aufgrund des letztjährigen Quotenhits FSV Frankfurt gegen Arminia Bielefeld ist geplant, dass Frankfurt nun evtl. wieder montags antreten darf. Die maximale Anzahl soll jedoch auf drei Partien beschränkt sein.
- Der FC St. Pauli plant die Einführung des sogenannte Paderborn-Modells und will aus Gründen des Lärmschutzes höchstens ein Montagsspiel zugewiesen bekommen.
- Die restlichen Topspiele am Montagabend darf der 1. FC Kaiserslautern bestreiten.

Zur Vereinfachung des Modells deklariert die DFL die Partien zwischen den genannten Vereinen als Risikospiele, die nicht unter Flutlicht ausgetragen werden dürfen.

(i) Gibt es eine Verteilung der Partien an Leipzig, Ingolstadt, Frankfurt und St. Pauli, sodass diese Mannschaften zusammen genau 6 mal an einem Montag spielen dürfen? Falls ja, listen Sie alle Möglichkeiten auf.

(ii) Ist das Modell so lösbar, dass Kaiserslautern keines der 30 Topspiele zugeteilt wird? Falls ja, wieviele mögliche Verteilungen gibt es in diesem Fall? Leiten Sie diese als Vorschläge an die DFL weiter!

Aufgabe 4. (10 Punkte)

In Proposition 4.9 wurden verschiedenste Identitäten zu Binomialkoeffizienten aufgelistet. Welche davon lassen sich auf Multinomialkoeffizienten übertragen? Formulieren und beweisen Sie die entsprechenden Aussagen!