Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Bernd Mehnert

Übung 4

Aufgabe 1. *(10 Punkte)* Zeigen Sie: Jede 2-Färbung von $\mathbb{N}_9$ enthält eine monochrome $3-AP$. (Zusammen mit dem Beispiel zu Satz 2.9. der Vorlesung ergibt sich also $W(2,3)=9$)

Aufgabe 2. *(10 Punkte)* Eine (bis dato noch unbewiesene) Vermutung des Mathematikers Paul Erdös besagt, dass eine Teilmenge A von $\mathbb{N}$ beliebig lange arithmetische Progressionen enthält, wann immer $\sum_{a\in A}\frac{1}{a}$ divergent ist. Nun weiß man aus der Zahlentheorie, dass $\sum_{p\in\mathbb{P}}\frac{1}{p}$ divergent ist. Wenn die obige Vermutung stimmt, sollte es also in $\mathbb{P}$ eine $6-AP$ geben. Zeigen Sie, dass dies der Fall ist!

Aufgabe 3. *(15 Punkte)* In der Ebene liege ein konvexes Polygon P mit $n \geq 3$ Ecken. Eine *Diagonale* in P ist eine Strecke zwischen zwei nicht benachbarten Ecken. P können wir $n-3$ Diagonalen einbeschreiben, die sich im Inneren von P paarweise nicht schneiden. Das Resultat nennen wir eine *Parkettierung von* P (*mit Dreiecken*). Zählen sie die Anzahl $Park(n)$ der Parkettierungen eines konvexen Polygons mit n Ecken, indem Sie eine Rekursion für $Park(n)$ angeben.

Aufgabe 4. *(5 Punkte)* Es sei $A(k,n)$ die Anzahl der Folgen $(a_l)_{l\in\mathbb{N}_k}$ von nichtnegativen ganzen Zahlen mit $\sum_{i=1}^{k} a_k = n$. Bestimmen Sie $A(4,7)$. (Hinweis: Versuchen Sie eine "explizite" Formel für $A(k,n)$ zu finden)

Abgabe: Donnerstag, den 16. November 2006 (vor der Vorlesung)
Homepage: http://www.math.uni-sb.de/ag/gekeler/LEHRE/Kombinatorik/KombinatorikWS06.html