Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

7. Übung zur Linearen Algebra II, SS 2015

Aufgabe 1. *(7 + 6 + 1 +1 = 15 Punkte)*
Wie viele (bis auf Isomorphie) verschiedene endliche abelsche Gruppen der Ordnung
(i) $n = 512$;
(ii) $n = 20810790000$;
(iii) $n = \prod_{i=1}^{100} p_i$;
(iv) $n = \prod_{i=1}^{100} p_i^2$, wobei p_i die i-te Primzahl bezeichnet;
gibt es?

Aufgabe 2. *(1 + 6 + 3 = 10 Punkte)*
Es sei M der $\mathbb{Z}$-Modul $\mathbb{Z}/(128) \times \mathbb{Z}/(8)$.
(i) Für welche Primzahl p ist M p-primär?
(ii) Bestimmen Sie für dieses p und jedes $x \in M$ den p-Exponenten $e_p(x)$.
Wieviele x mit maximalem $e_p(x)$ gibt es?
(iii) Bestimmen Sie den Annullator $\mathrm{Ann}(x)$ des Elements $x = (\overline{12}, \overline{6}) \in M$.

Aufgabe 3. *(2 + 3 = 5 Punkte)*
Zerlegen Sie die abelschen Gruppen M in primäre Komponenten, und bringen Sie sie auf Elementarteilerform:
(i) $M = \mathbb{Z}/(80) \times \mathbb{Z}/(35) \times \mathbb{Z}/(32)$
(ii) $M = \mathbb{Z}/(900) \times \mathbb{Z}/(360) \times \mathbb{Z}/(7)$.

Aufgabe 4. *(10 Punkte)*
Sei
$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^{2\times 2} .$$
Bestimmen Sie zwei ganzzahlige, invertierbare Matrizen S und T, sodass SAT von der Form $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ mit $a, b \geq 0$ und $a \mid b$ ist.

Abgabe bis Freitag, den 12.06.2015 vor der Vorlesung in die Briefkästen