



10. Übung zur Linearen Algebra I,
WS 2014/2015

Aufgabe 1. (16 = 8 + 8 Punkte)

Berechnen Sie (möglichst geschickt) die Determinanten der folgenden Matrizen:

(i)

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & -5 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 9 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 4 \\ 4 & -5 & -3 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

(ii)

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -2 \\ 2 & \frac{2}{\sqrt{2}} & 1 & -1 \\ \frac{1}{3} & \frac{7}{15} & \frac{4}{3} & 0 \\ 3 & \frac{1}{5} & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Berechnen Sie für beliebige Elemente $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ eines Körpers K die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^{n-1} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_n & \alpha_n^2 & \dots & \alpha_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3. (14 Punkte)

Es sei $n \in \mathbb{N}$ und α ein beliebiges Element eines Körpers K .

Finden Sie eine Rekursionsformel für $\det(A_n)$ mit

$$A_n := \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha & 1 & \alpha & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha & 1 & \alpha & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \alpha & 1 & \alpha \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}.$$

Abgabe bis Freitag, den 23.01.2015 vor der Vorlesung in die Briefkästen