Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

12. Übung zur Linearen Algebra I, WS 2014/2015

Aufgabe 1. *(10 Punkte)*
Für $n \geq 1$ sei

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

die reelle $n \times n$-Matrix, deren Einträge nur aus Einsen besteht. Finden und beweisen Sie eine Formel für das charakteristische Polynom $\chi(A_n)$ von A_n.

Aufgabe 2. *(10 Punkte)*
Gegeben seien die beiden Polynome

$$f = X^5 + 2X^4 + 3X^3 + 6X^2 + 2X + 4$$

und

$$g = X^6 + 2X^5 + 2X^4 + 5X^3 + 2X^2 + 2X + 4$$

mit reellen Koeffizienten. Finden Sie den ggT von f und g.
(Strategie: Sind f' und g' zwei Polynome und ist r der Rest beim Teilen von f' durch g', dann ist der ggT von f' und g' gleich dem ggT von g' und r.)

Aufgabe 3. *(20 = 5 + 5 + 10 Punkte)*
Es sei $A \in K^{n\times n}$ und $m_A : K^{n\times n} \to K^{n\times n}$ die Abbildung $B \mapsto AB$.
(i) Berechnen Sie $\det(m_A)$ im Fall $n = 2$ (d.h. beschreiben Sie $\det(m_A)$ durch Daten von A).
(ii) Berechnen Sie das charakteristische Polynom χ_{m_A} von m_A für $n = 2$.
(iii) Berechnen Sie χ_{m_A} für beliebiges n.

Abgabe bis Freitag, den 06.02.2015 vor der Vorlesung in die Briefkästen