Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

7. Übung zur Linearen Algebra I, WS 2014/2015

Aufgabe 1. *(10 = 2 + 2 + 3 + 3 Punkte)*
Es seien $U \subset V \subset W$ Vektorräume über dem Körper K.
Zeigen Sie:
(i) Durch $V/U \to W/U, [a] \mapsto [a]$ ist eine injektive Abbildung gegeben.
(Wir können also V/U als Teilmenge von W/U auffassen.)
(ii) V/U ist ein Untervektorraum von W/U.
(iii) $(W/U)/(V/U) \cong W/V$.
(iv) Die Untervektorräume von W/U entsprechen bijektiv den Untervektorräumen V von W mit $U \subset V$.

Aufgabe 2. *(10 Punkte)*
Es sei $\mathbb{F}_p$ der endliche Körper zur Primzahl p.
Berechnen Sie die Anzahl der Elemente der endlichen Gruppe $\mathrm{GL}(n, \mathbb{F}_p)$ der invertierbaren $n \times n$ -Matrizen über $\mathbb{F}_p$.

Aufgabe 3. *(10 Punkte)*
Es sei K ein Körper, und die Teilmenge

$$\left\{ \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \right\}$$

von K^2 sei linear unabhängig.
Berechnen Sie die Inverse A^{-1} der Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in K^{2\times 2}$.
Warum ist A invertierbar?

Aufgabe 4. *(10 Punkte)*
Es seien K ein Körper, $n \geq 2$ und $A = (\alpha_{i,j}) \in K^{n\times n}$ mit der Eigenschaft:
$\alpha_{i,j} = 0$, falls $j \leq i$.
Berechnen Sie die n-te Potenz A^n von A.

Abgabe bis Freitag, den 19.12.2014 vor der Vorlesung in die Briefkästen

---

Übungsblatt 7:
Wieviel Zeit in Minuten haben Sie für die Bearbeitung dieses Blattes gebraucht?

[ ] *min*