



8. Übung zur Linearen Algebra I,  
WS 2014/2015

**Aufgabe 1.** (10 Punkte)  
Gegeben sei die Matrix

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & 11 & -3 & 6 & 3 \\ -4 & -4 & -2 & 2 & -4 & 3 \\ 7 & -2 & 8 & 1 & 1 & 6 \\ 10 & 8 & 8 & 0 & 8 & -3 \end{pmatrix} \text{ aus } \mathbb{R}^{4 \times 6}.$$

Bringen Sie die Matrix durch Zeilenumformungen auf Zeilenstufenform.

**Aufgabe 2.** (10 = 5 + 5 Punkte)

(i) Berechnen Sie die Inverse der Matrix  $M \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$  mit

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1+i \\ 2+i & -1 & 2 \\ 1+i & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(ii) Es sei

$$T_0 := \{z \in \mathbb{C} \mid |\operatorname{re}(z)| \leq 1 \text{ und } 0 \leq \operatorname{im}(z) \leq 2\}.$$

Für  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  sei weiter

$$T_n := \{z \in \mathbb{C} \mid |\operatorname{re}(z)| \leq 8+n-\operatorname{im}(z) \text{ und } 2n \leq \operatorname{im}(z) \leq 8+n\}.$$

Skizzieren Sie - möglichst am 24. Dezember 2014 - die Menge  $T := \bigcup_{n=0}^{\infty} T_n$ .  
Färben Sie  $T_0$  braun ein und  $T_n$  grün für  $n \geq 1$ .

**Aufgabe 3.** (10 = 2 + 3 + 5 Punkte)

Es sei  $p$  eine Primzahl. Vorgelegt sei die Matrix

$$\begin{pmatrix} 13 & 7 & 6 \\ -7 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

betrachtet als Matrix über  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$  (d.h. statt ganzer Zahlen  $\alpha$  betrachten wir Restklassen  $[\alpha]$  in  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ).

Untersuchen Sie die Invertierbarkeit der Matrix in den Fällen

- $p = 2$ ,
- $p = 3$ ,
- $p = 5$ ,

und bestimmen Sie gegebenenfalls die Inverse.

**Aufgabe 4.** (10 Punkte)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -6 & -2 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 5} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

Bestimmen Sie alle Vektoren  $x \in \mathbb{R}^5$  mit  $Ax = b$ .

**Abgabe bis Freitag nach den Ferien  
vor der Vorlesung in die Briefkästen**

**Wir wünschen Ihnen schöne Ferien, ein frohes Fest  
und ein gutes neues Jahr!**

---

*Übungsblatt 8:*

Wieviel Zeit in Minuten haben Sie für die Bearbeitung dieses Blattes gebraucht?

[     ] min