UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Johannes Lengler

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2009/2010

Blatt 1

Hinweise:

- Jeden Freitag vor der Vorlesung wird ein Übungsblatt mit Aufgaben zum aktuellen Stoff der Vorlesung ausgegeben. Sie haben jeweils eine Woche Zeit, diese zu lösen.
- Um die Zulassung zur Hauptklausur zu erhalten, müssen Sie mindestens 50% der Aufgaben bearbeiten. Außerdem müssen Sie regelmäßig in der Vorlesung und den Übungen anwesend sein und in den Übungen aktiv mitarbeiten.
- Die bearbeiteten Aufgaben sind bis Freitag, 12.15 Uhr, in den mit 'Mathe für Biologen WS 09/10' gekennzeichneten Briefkasten in Gebäude E2 5 (Untergeschoss) einwerfen.
- Jede Abgabe muss gut sichtbar mit dem Namen der/des Studierenden sowie Ort und Zeit ihrer/seiner Übungsgruppe versehen sein. Andernfalls besteht kein Anspruch auf Korrektur. Desweiteren sind die abgegebenen Lösungen mit einem Tacker zusammenzuheften.
- Die korrigierten Aufgaben werden in der folgenden Übungsstunde besprochen.
- Die Einteilung in die Übungsgruppen wird im Laufe der nächsten Woche auf der Homepage der Vorlesung unter

  http://www.math.uni-sb.de/ag/gekeler/LEHRE/MfB0910/MfB0910.html

  bekanntgegeben. Dort finden Sie auch alle weiteren Informationen zur Vorlesung.

Aufgabe 1 **(2+2+4+2=10 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie die Menge aller reellen Zahlen, die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

$$\text{(i)}\ |x-2| < |3-x| \qquad \text{(ii)}\ \frac{x-3}{x+1} \le \frac{2x+3}{x+2} \qquad \text{(iii)}\ \sqrt{4x+5} + 2x \le 5$$

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der kubischen Gleichung

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0.$$

Aufgabe 2 **(3+3+4=10 Punkte)**

Gegeben sei ein Viereck mit den Eckpunkten $P_1 = (2,1)$, $P_2 = (8,3)$, $P_3 = (6,7)$, $P_4 = (4,9)$ und ein weiterer Punkt S. Mit p_1, p_2, p_3, p_4 und s seien die Vektoren vom Nullpunkt $O = (0,0)$ zu den entsprechenden Punkten bezeichnet. Wir definieren

$$v := \sum_{i=1}^{4} (p_i - s).$$

(a) Berechnen Sie v für $S = (6,4)$.

(b) Für welchen Punkt S_0 ist $v = 0$?

(c) Welche anschauliche Bedeutung hat der Punkt S_0? Begründen Sie Ihren Verdacht.

Aufgabe 3 **(3+3+4=10 Punkte)**

Formulieren Sie die folgenden Probleme durch ein lineares Gleichungssystem und lösen sie dieses mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

(a) Aus einem Draht von 40 cm Länge soll eine gleichschenkliges Dreieck gebogen werden, dessen Schenkel doppelt so lang sind wie die Grundseite.

(b) In einem Käfig sind Hasen und Fasane. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße.

(c) Albert ist so alt wie Bettina und Charlie zusammen. Vor 12 Jahren war Charlie doppelt so alt wie Bettina. Zusammen sind alle drei 114 Jahre alt.

Aufgabe 4 **(3+3+1+3=10 Punkte)**

Die folgenden linearen Gleichungssysteme liegen in Matrixdarstellung vor und haben bereits Zeilenstufenform. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -3 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 3 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 7 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 6 \end{array}\right)$$

Aufgabe 5 **(5+5=10 Punkte)**

Es sei $\mathbb{L} \subset \mathbb{R}^n$ die Lösungsmenge des homogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie:

(a) Ist $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$ und $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$, so ist $x + y = \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ \vdots \\ x_n + y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$.

(b) Ist $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$ und $\alpha \in \mathbb{R}$ beliebig, so ist $\alpha \cdot x = \begin{pmatrix} \alpha \cdot x_1 \\ \vdots \\ \alpha \cdot x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$.

Abgabe: Freitag, 23.10.2009 vor der Vorlesung