Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Bernd Mehnert

Übung 7
zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)

Aufgabe 1. *(25 = 2+2+2+3+4+3+4+5 Punkte)* Die folgenden Funktionen $f_i : I_i \to \mathbb{R}$ sind (und das müssen Sie nicht begründen) alle differenzierbar. Berechnen Sie die Ableitungen unter Angabe aller Zwischenschritte, wobei Sie nur die Regeln für das Differenzieren aus der Vorlesung und nur schon in der Vorlesung angegebene Ableitungen verwenden dürfen!

a) $f_1(x) = x^3 + 2x + 7, \quad I_1 = (-\infty, \infty),$

b) $f_2(x) = \frac{5x}{x^2-1}, \quad I_2 = (1, \infty),$

c) $f_3(x) = x^{\frac{2}{3}} \cos(x), \quad I_3 = (0, \infty),$

d) $f_4(x) = 3 \cdot \sqrt{\frac{1}{e^x+1}}, \quad I_4 = (-\infty, \infty),$

e) $f_5(x) = \cos(\sin(x) + 1) \cdot \arctan(\cos(x)), \quad I_5 = (-\infty, \infty),$

f) $f_6(x) = \ln(x), \quad I_6 = (0, \infty),$

g) $f_7(x) = x^x, \quad I_7 = (0, \infty),$

h) $f_8(x) = \frac{\sin(x)^{\cos(x)}}{\cos(x)^{\sin(x)}+1}, \quad I_8 = (0, \frac{\pi}{2}).$

[Hinweis zu f): Verwenden Sie, dass $y \mapsto e^y$ mit $y \in \mathbb{R}$ die Umkehrfunktion der gegebenen Funktion ist!]

Aufgabe 2. *(5 Punkte)* Bestimmen Sie alle Funktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($x \in \mathbb{R}$) mit Konstanten $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, so dass

- $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$ gilt,
- die Gerade $t(x) = 2x + 1$ ($x \in \mathbb{R}$) den Graphen von f im Punkt $P = (1, 3)$ tangiert,
- der Graph von f die $y-$Achse im Punkt 2 schneidet.

Aufgabe 3. *(10 Punkte)* Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{, falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$ stetig bzw. differenzierbar bzw. stetig differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antworten streng anhand der Definitionen und Aussagen aus der Vorlesung!

Abgabe: Freitag den 14.12.2007 (vor der Vorlesung)