Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Dominik Faas

Übung 11
zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II (SS 08)

Aufgabe 1. *(5+5+5=15 Punkte)* Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y' - \frac{3}{x} \cdot y = 4x^3 - 3x^4, \quad y(1) = -\frac{3}{2}.$

b) $y' = -x \cdot y + \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) + t, \quad y(0) = 0.$

c) $y' - \cos x \cdot y = -\sin x - \cos^2 x, \quad y(\pi) = 1.$
(Hierbei führt das Verfahren aus der Vorlesung (‘Variation der Konstanten‘) auf ein schwer zu lösendes Integral. Es ist aber möglich, eine spezielle Lösung durch Raten/Probieren zu ermitteln.)

Aufgabe 2. *(10 Punkte)*
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - y' - 2y = 0.$$

Welche Lösung besitzt im Punkt $(0, 1)$ eine waagerechte Tangente ?

Aufgabe 3. *(1+4+10=15 Punkte)* Beim **harmonischen Oszillator** ist die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung. Zusätzlich wirkt eine Dämpfungskraft proportional (und entgegengesetzt) zur Geschwindigkeit. Man erhält die Differentialgleichung

$$mx'' + 2m\gamma x' + kx = 0$$

mit Konstanten $m, k > 0,\ \gamma \geq 0$.
Wir nehmen zusätzlich die Anfangsbedingungen $x'(0) = 0$ und $x(0) = x_0 > 0$ an.

a) Geben Sie ein Beispiel für das Vorhandensein eines harmonischen Oszillators in den Naturwissenschaften an und interpretieren Sie dafür die auftretenden Konstanten.

b) Bestimmen Sie die Lösung für $\gamma = 0$.

c) Bestimmen Sie die Lösung für $\gamma > 0$.
Betrachten Sie dazu $D = -\frac{k}{m} + \gamma^2$ und unterscheiden Sie die Fälle $D < 0$, $D = 0$ und $D > 0$. Skizzieren Sie jeweils die Lösung.

Abgabe: Dienstag den 08.07.08 (vor der Vorlesung)