Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Dominik Faas

Testat 1 vom 22.04.2008 zur MfN II

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Unter den folgenden Aussagen sind einige richtig und einige falsch. Kreuzen Sie die richtigen an!

Aussage 1.

a) Es sei $\underline{a} \neq \underline{0}$ ein fester Vektor in $\mathbb{R}^2$. Die Abbildung

$$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ \underline{x} \mapsto \frac{\langle \underline{x}, \underline{a} \rangle}{\langle \underline{a}, \underline{a} \rangle} \cdot \underline{a}$$

ist die Spiegelung an der Geraden durch $\underline{a}$.

b) Es sei $D_\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die Drehung in mathematisch positiver Richtung um den Nullpunkt. D_α wird beschrieben durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

c) Für die Kreuzprodukte von Vektoren $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$ in $\mathbb{R}^3$ gilt stets

$$\left(\underline{x} \times \underline{y}\right) \times \underline{z} = \underline{x} \times \left(\underline{y} \times \underline{z}\right).$$

1a)	1b)	1c)
	X	

Aussage 2.

a) Für je zwei Vektoren $\underline{x}, \underline{y} \in \mathbb{R}^n$ gilt immer

$$\left|\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle\right| \leq \|\underline{x}\| \cdot \left\|\underline{y}\right\|.$$

b) Sind $\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_4$ vier paarweise verschiedene Vektoren in $\mathbb{R}^3$, so ist $S = \{\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_4\}$ stets linear abhängig.

c) Der Vektorraum der ganzrationalen Funktionen vom Grad $\leq n$ hat die Dimension n.

2a)	2b)	2c)
X	X	

Aussage 3. Es sei D das Einheitsintervall $[0,1]$ und V der Vektorraum der Funktionen $f : D \to \mathbb{R}$. Die folgenden Teilmengen sind Unterräume von V.

a) $\left\{f \in V | \ f\left(\frac{2}{3}\right) = 0\right\}$

b) $\{f \in V | \ f$ ist ganzrational und $f(0) = f(1)\}$

c) $\{f \in V | \ |f(x)| \leq 1$ für alle $x \in D\}$

3a)	3b)	3c)
X	X	

Aussage 4.

a) Es seien A, B, C die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Unter den $3 \cdot 3 = 9$ denkbaren Produkten dieser Matrizen sind genau 4 definiert.

b) Es sei A wie in (a) und $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Die Gleichung $A\underline{x} = \underline{b}$ besitzt eine wohldefinierte Lösung $\underline{x} \in \mathbb{R}^3$.

c) Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\det(A) \neq 0$, so gibt es eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $A \cdot B = E_n$.

4a)	4b)	4c)
		X