Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Anne Wald, M.Sc.

2. Testat zur Mathematik für Naturwissenschaftler II im SS 2012 am 22.05.2012

Name: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Unter den folgenden Aussagen sind einige richtig und einige falsch.
Kreuzen Sie die richtigen Antworten an (Mehrfachnennungen sind möglich)!

Die auftretenden Vektorräume $\mathbb{R}^n$ sind immer mit dem euklidischen Skalarprodukt $\langle\cdot,\cdot\rangle$ und der zugehörigen Norm $\|\cdot\|$ versehen.

Aufgabe 1 *(3 Punkte)*

- ☐ Vier Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind immer linear abhängig.

- ☐ Die drei Vektoren $\underline{v}^{(1)}$, $\underline{v}^{(2)}$, $\underline{v}^{(3)}$ in $\mathbb{R}^3$ sind linear unabhängig, wobei

$$\underline{v}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \underline{v}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \underline{v}^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- ☐ Der Spann von r linear unabhängigen Vektoren hat immer die Dimension r.

Aufgabe 2 *(3 Punkte)*

Für $\underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \underline{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ gilt

- ☐ $\|\underline{x}\| = 3$.

- ☐ $\sphericalangle(\underline{x},\underline{y}) = 60^\circ$ im Gradmaß.

- ☐ $\langle \underline{x},\underline{y}\rangle = \langle \underline{y},\underline{x}\rangle$.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 *(3 Punkte)*

- ☐ Sind $\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)}, \underline{v}^{(3)} \in \mathbb{R}^n$ und sind $\{\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)}\}$, $\{\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(3)}\}$ und $\{\underline{v}^{(2)}, \underline{v}^{(3)}\}$ jeweils linear unabhängig, so auch $\{\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)}, \underline{v}^{(3)}\}$.

- ☐ Ist $\left(\underline{v}^{(1)}, ..., \underline{v}^{(n)}\right)$ eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^n$ und $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$, so gilt $\underline{x} = \sum_{1 \leq i \leq n} \langle \underline{x}, \underline{v}^{(i)} \rangle \underline{v}^{(i)}$.

- ☐ Es sei $\underline{0} \neq \underline{x} \in \mathbb{R}^n$. Das orthogonale Komplement $U^{\perp}$ von $U = \mathbb{R}\underline{x}$ ist ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^n$ der Dimension $n-1$.

Aufgabe 4 *(3 Punkte)*

- ☐ Eine Gerade in $\mathbb{R}^n$ ist genau dann ein Untervektorraum, wenn sie durch $\underline{0}$ geht.

- ☐ Ist g eine Gerade und e eine Ebene in $\mathbb{R}^3$, so haben g und e genau einen Punkt gemeinsam.

- ☐ Sind $\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)}, \underline{v}^{(3)} \in \mathbb{R}^3$ paarweise orthogonale Vektoren, alle ungleich $\underline{0}$, so ist $\left(\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)}, \underline{v}^{(3)}\right)$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$.