Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Anne Wald, M.Sc.

5. Testat zur Mathematik für Naturwissenschaftler II im SS 2012 am 03.07.2012

Name: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Unter den folgenden Aussagen sind einige richtig und einige falsch.
Kreuzen Sie die richtigen Antworten an (Mehrfachnennungen sind möglich)!

Aufgabe 1 *(3 Punkte)* Es sei

$$\gamma : [a,b] \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \gamma(t)$$

eine stetig differenzierbare Kurve.

- ☐ Für $t \in [a,b]$ steht der Vektor $\gamma'(t)$ senkrecht auf der Tangente an Bild(γ) in $\gamma(t)$.
- ☐ Ist $\|\gamma'(t)\| = 1$ für alle t, so ist $L(\gamma) = b - a$.
- ☐ Ist $[0,1] \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \begin{pmatrix} r\cos(2\pi t) \\ r\sin(2\pi t) \end{pmatrix}$ mit einem $r > 0$, so ist Bild(γ) der Graph einer Abbildung $f : [-r,r] \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 2 *(3 Punkte)* Betrachten Sie die Abbildung

$$f : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x^2 + y^2.$$

- ☐ Die Menge $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ f(x,y) \end{pmatrix} :\ x,y \in [0,1] \right\}$ beschreibt eine Kugeloberfläche.
- ☐ $(Df)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
- ☐ Sei $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Dann ist die Richtungsableitung $D_{\underline{v}}f$ von f an der Stelle $\underline{x} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ gleich 1.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 *(3 Punkte)*
Betrachten Sie die Abbildung

$$\underline{f} : (-1,1) \times (-1,1) \to \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix}.$$

- ☐ $(D\underline{f})(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ für alle $\underline{x} \in U = (-1,1) \times (-1,1)$.
- ☐ Die Richtungsableitung $D_{\underline{v}} f(\underline{x})$ hängt nur von $\underline{v}$, nicht von $\underline{x}$ ab.
- ☐ Die Richtungsableitung $D_{\underline{v}} f(\underline{x})$ hängt nur von $\underline{x}$, nicht von $\underline{v}$ ab.

Aufgabe 4 *(3 Punkte)*

- ☐ Ist eine Funktion $\underline{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ differenzierbar mit Ableitung $D\underline{f}$, so gilt für jeden Vektor $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$: $(D\underline{f}) \cdot \underline{x} \in \mathbb{R}^m$.
- ☐ Ist eine Funktion

  $$\underline{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m, \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} f_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_m(\underline{x}) \end{pmatrix}$$

  stetig partiell differenzierbar, so gilt

  $$\frac{\partial^2 f_k}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f_k}{\partial x_j \partial x_i}$$

  für alle $i, j \in \{1, ..., n\}$, $k \in \{1, ..., m\}$.
- ☐ Für $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto f(x,y) = x^2 + y^2$ gilt $(\text{grad} f) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2(x+y)$.