Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Anne Wald, M.Sc.

6. Testat zur Mathematik für Naturwissenschaftler II im SS 2012 am 17.07.2012

Name: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Unter den folgenden Aussagen sind einige richtig und einige falsch.
Kreuzen Sie die richtigen Antworten an (Mehrfachnennungen sind möglich)!

Aufgabe 1 *(3 Punkte)*
Es sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen, $f : U \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar mit Ableitung $Df : U \to \mathbb{R}^n$ und zweiter Ableitung $D^2 f : U \to \mathbb{R}^{n\times n}$.

□ Ist $\underline{x}^{(0)}$ lokales Minimum von f, so ist $(Df)(\underline{x}^{(0)}) = \underline{0}$.

□ Ist $(Df)(\underline{x}^{(0)}) = \underline{0}$, so ist $\underline{x}^{(0)}$ ein lokales Extremum von f.

□ Ist $\underline{x}^{(0)}$ kritischer Punkt und $(D^2 f)(\underline{x}^{(0)})$ positiv definit, so ist $\underline{x}^{(0)}$ ein lokales Maximum von f.

Aufgabe 2 *(3 Punkte)*
Die Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ sei zweimal stetig differenzierbar. Es gebe genau ein $\underline{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ mit $(Df)(\underline{x}^{(0)}) = \underline{0}$.

□ Besitzt f ein globales Minimum $\underline{x}^{\min}$, so ist $\underline{x}^{\min} = \underline{x}^{(0)}$.

□ Ist $(D^2 f)(\underline{x}^{(0)})$ indefinit, so besitzt f keine globalen Extrema.

□ Die Richtungsableitung $(D_{\underline{v}} f)(\underline{x}^{(0)})$ verschwindet an $\underline{x}^{(0)}$ für alle $\underline{v} \in \mathbb{R}^n$.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 *(3 Punkte)*
Es sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen, $\underline{F} : U \to \mathbb{R}^n$ ein Vektorfeld, $\gamma : I = [a, b] \to U$ eine stückweise glatte Kurve, $\gamma' = \gamma \circ \varphi$ eine Umparametrisierung von γ mit einer stetig differenzierbaren Parametertransformation $\varphi : I' = [a', b'] \to I$.
Das Integral $\int_\gamma \langle \underline{F}, d\underline{x} \rangle$

- ☐ stimmt immer mit $\int_{\gamma'} \langle \underline{F}, d\underline{x} \rangle$ überein;
- ☐ stimmt mit $\int_{\gamma'} \langle \underline{F}, d\underline{x} \rangle$ überein, falls φ orientierungserhaltend ist;
- ☐ hängt nur von den Endpunkten $\gamma(a)$, $\gamma(b)$ von γ ab, aber nicht vom genauen Verlauf von γ.

Aufgabe 4 *(3 Punkte)*
Die symmetrische 3×3-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

ist

- ☐ positiv definit;
- ☐ positiv semidefinit;
- ☐ invertierbar.