Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Anne Wald, M.Sc.

Übung 5 zur Mathematik für Naturwissenschaftler II im SS 2012

Aufgabe 1 *(5+4+2+4=15 Punkte)*
Seien $A = (1,2,6)$, $B = (-1,-1,0)$ und $C = (1,3,8)$ Punkte im $\mathbb{R}^3$ und e die Ebene durch A, B, C. Die Nullpunktsebene e' wird von den Vektoren $\underline{P} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\underline{Q} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ aufgespannt.

a) Berechnen Sie die Schnittgerade h von e und e' in $\mathbb{R}^3$.
b) Welchen Winkel schließen e und e' ein? (Berechnen Sie ohne Verwendung des Kreuzproduktes Normalenvektoren $\underline{N}(e)$ für e und $\underline{N}(e')$ für e' und überlegen Sie sich, dass der gesuchte Winkel mit $\sphericalangle(\underline{N}(e), \underline{N}(e'))$ übereinstimmt.)
c) Zeigen Sie, dass e' ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ ist und dass $(\underline{R}, \underline{S})$ mit
$$\underline{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \underline{S} = \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$
eine Orthonormalbasis von e' ist.
d) Berechnen Sie den wohldefinierten Punkt A' auf e', für welchen der Abstand $\|\underline{A} - \underline{A}'\|$ minimal wird.

Aufgabe 2 *(4+1=5 Punkte)*

Zwei Flugzeuge F_1 und F_2 starten zum Zeitpunkt $t = 0$ in den Punkten $A_1 = (100, -500, 0)$ und $A_2 = (200, 200, 1)$ und bewegen sich mit den konstanten Geschwindigkeiten
$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} -400 \\ 300 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \underline{v}_1 = \begin{pmatrix} -700 \\ -100 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
Die Ausgangspunkte seien in der Einheit km gegeben, die Geschwindigkeiten in $\frac{km}{h}$. Die Zeit t werde in Stunden gemessen. Nichtlinearitäten wie die Beschleunigung beim Start werden vernachlässigt.
Zu welchem Zeitpunkt haben F_1 und F_2 den kleinsten Abstand voneinander? Was ist zu diesem Zeitpunkt ungefähr ihre Entfernung?
(Hinweis: Der Ort $\underline{s}(t)$ eines Objektes, das sich mit konstanter Geschwindigkeit $\underline{v}$ vom Ort $\underline{s}_0$ entfernt, lässt sich mittels $\underline{s}(t) = \underline{s}_0 + \underline{v}t$ bestimmen.)

Abgabe am 24.05.2012 vor der Vorlesung
in die Briefkästen in E2 5