

Mathematik für Naturwissenschaftler II Übungsblatt 4

Abgabetermin Donnerstag, den 12.5.2005 vor der Vorlesung.

1. Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

- Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} .
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ für jeden der Vektoren

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Würden Sie die Matrix A^{-1} auch bestimmen, um nur ein einzelnes Gleichungssystem $Ax = b$ zu lösen?

(10 Punkte)

2. Beschreiben Sie detailliert den Algorithmus, mit dem man eine Matrix A auf Gauß-Gestalt bringen kann, indem Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung (sogenannten Pseudo-Code) geben. Ihr Algorithmus sollte also z.B. folgendem Muster folgen:

- 1. Wenn in der ersten Spalte nur Nullen stehen, dann
- 2. Sonst entscheide, ob der oberste Eintrag dieser Spalte = 0 ist.
- 3. Wenn ja, dann suche einen Eintrag in der ersten Spalte, der $\neq 0$ ist. ...
- \vdots
- m. Wenn die Antwort in Schritt 2 "Nein" war, dann ...
- \vdots
- n. Wiederhole die Schritte 19-25, bis ...
- \vdots

(Wenn Sie wollen, dürfen Sie auch andere Formen von Pseudo-Code verwenden (z.B. ein Flussdiagramm). Er sollte aber von einer Form sein, die es ermöglichen würde, aus Ihrer Beschreibung ohne große Mühe ein Computerprogramm abzulesen.)

(20 Punkte)

(bitte wenden)

3. Seien sieben Vektoren $x_1, \dots, x_7 \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Das Erzeugnis von $\{x_1, x_2, x_3\}$ habe Dimension 2, das Erzeugnis von $\{x_4, x_5, x_6, x_7\}$ habe Dimension 3.
Sei d die Dimension des Erzeugnisses von $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$. (ohne x_7 !)
Welche Werte kann d unter diesen Voraussetzungen annehmen? Geben Sie für jeden solchen Wert ein Beispiel an, und begründen Sie, warum d die sonstigen Werte nicht annehmen kann.

(10 Punkte)