

## Mathematik für Naturwissenschaftler II Übungsblatt 7

**Abgabetermin Donnerstag, den 2.6.2005 vor der Vorlesung.**

1. Sei  $A := \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ .

- (a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und alle Eigenwerte von  $A$ . (Hinweis:  $-2$  ist ein Eigenwert.)
- (b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert die algebraische und die geometrische Vielfachheit.
- (c) Ist  $A$  diagonalisierbar?

**(10 Punkte)**

2. (a) Berechnen Sie die folgenden Skalarprodukte im  $\mathbb{R}^4$  bzw.  $\mathbb{C}^4$ :

$$\bullet \left\langle \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$\bullet \left\langle \begin{pmatrix} 4i \\ 2 \\ 3 + 2i \\ -4 + i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 - i \\ 3i \\ 2 - i \\ 4 + i \end{pmatrix} \right\rangle$$

- (b) Berechnen Sie die (euklidische) Norm der folgenden Vektoren:

$$\bullet \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 2 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}$$

$$\bullet \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**(10 Punkte)**

(bitte wenden)

3. Finden Sie einen Vektor des  $\mathbb{R}^4$ , der auf den Vektoren  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  senkrecht steht.

**(10 Punkte)**

4. Seien  $x_1 := \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $x_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $x_3 := \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ , und sei  $U$  der Unterraum des  $\mathbb{R}^4$ , der von  $x_1, x_2$  und  $x_3$  erzeugt wird.

Berechnen Sie mit Hilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens eine orthonormale Basis von  $U$ .

**(10 Punkte)**