



## Übungen zur Vorlesung Analysis 2

Sommersemester 2015

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

Präsenzblatt

27. April 2015

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass in einem metrischen Raum die Vereinigung endlich vieler und der Durchschnitt beliebig vieler abgeschlossener Mengen wieder abgeschlossen ist.

**Aufgabe 2.** (a) Bestimmen Sie alle Topologien auf einer Menge mit 2 Elementen.

(b) Bestimmen Sie alle Topologien auf einer Menge mit 3 Elementen.

Welche Topologien auf einer endlichen Menge sind hausdorffsch?

**Aufgabe 3.** Sei  $X$  eine beliebige Menge. Zeigen Sie, dass

$$\{\emptyset\} \cup \{U \mid X \setminus U \text{ endlich}\}$$

eine Topologie auf  $X$  bildet.

**Aufgabe 4.** Seien  $A \subset \mathbb{R}^n$  und  $B \subset \mathbb{R}^m$  beliebige Teilmengen. Zeigen Sie, dass für den Rand von  $A \times B \subset \mathbb{R}^{n+m}$  gilt

$$\partial(A \times B) = (\partial(A) \times \overline{B}) \cup (\overline{A} \times \partial(B))$$

**Aufgabe 5.** (a) Zeigen Sie, dass

$$\delta_1(x, y) := \arctan(|x - y|) \quad \text{und} \quad \delta_2(x, y) := \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}$$

Metriken definieren.

(b) Sei  $d = |x - y|$  die übliche Metrik auf  $\mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass das System der bezüglich  $\delta_1, \delta_2$  offenen Teilmengen von  $\mathbb{R}$  mit dem System der bzgl.  $d$  offenen Teilmengen übereinstimmt.