



Übungen zur Vorlesung Analysis 2

Sommersemester 2015

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.00 Uhr, am 21.07.2015, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 12

13. Juli 2015

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen

(a) $y' = e^y \cos(x)$

(b) $y' = \sqrt{1 - y^2}$ mit $|y| < 1$.

(c) $y' = \frac{1}{y} \sqrt{1 - y^2}$ mit $0 < y < 1$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen

(a) $y' = (a^2 + x^2)(b^2 + y^2)$ mit $a, b > 0$

(b) $(1 - x)^2 y' - xy + 1 = 0$ mit $|x| < 1$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen

(a) $y' = (x + y)^2$

(b) $(1 + x)^2 y' + xy - xy^2 = 0$ mit $y > 0$.

Hinweis: Substituieren Sie in (a) $z = x + y$ und in (b) $z = \frac{1}{y}$.

Aufgabe 4. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\gamma}{r^2} \quad (r > 0).$$

mit Anfangsbedingung $r(0) = r_0 > 0$ und $r'(0) = v_0 > 0$. Hierbei ist γ eine positive Konstante.

Zeigen Sie ferner: Es gibt ein $v^* > 0$, so dass für $v_0 > v^*$ die Lösung für $t \rightarrow \infty$ unbegrenzt wächst, während für $v_0 < v^*$ ein $t_1 > 0$ existiert, so dass die Lösung $r(t)$ im Intervall $[0, t_1]$ monoton wächst und für $t \geq t_1$ monoton fällt.

(Diese Differentialgleichung beschreibt die radiale Bewegung eines Körpers unter dem Einfluss der Schwerkraft eines anderen Körpers.)