UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Christian Bopp

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Sommersemester 2018

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 14.00 Uhr, am 25.04.2018, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 2 18.04.2018

Aufgabe 1. Folgern Sie aus dem *Prinzip des kleinsten Elements* das *Prinzip der vollständigen Induktion.*

Aufgabe 2. Sei $M = \{a, b, c\}$ eine Menge mit 3 Elementen und sei $R \subset M \times M$ mit

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a), (c, c)\}$$

eine Relation. Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist und geben Sie die Elemente in der Äquivalenzklasse von a, b und c an.

Aufgabe 3. Sei $A = \{a, b, c, d\}$ eine Menge mit 4 Elementen. Bestimmen Sie eine Äquivalenzrelation auf A, so dass es genau 3 unterschiedliche Äquivalenzklassen bezüglich dieser Äquivalenzrelation gibt. Finden Sie zudem eine Relation auf A, die weder reflexiv noch transitiv, noch symmetrisch ist.

Aufgabe 4. Für $(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ bezeichnen wir die Äquivalenzklasse von (a, b) bezüglich der in Definition 2.5 gegebenen Äquivalenzrelation mit $[a, b]_{\mathbb{Z}} \in \mathbb{Z}$. Analog bezeichnen wir mit $[c, d]_{\mathbb{Q}} \in \mathbb{Q}$ die Äquivalenzklasse von $(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ bezüglich der in Lemma 2.8 gegebenen Äquivalenzrelation.
Überprüfen Sie die folgenden repräsentantenweise definierten Abbildungsvorschriften auf Wohldefiniertheit.

(a) $[a, b]_{\mathbb{Q}} \mapsto [a, 0]_{\mathbb{Z}}$
(b) $[a, b]_{\mathbb{Z}} \mapsto [a - b, 1]_{\mathbb{Q}}$
(c) $[a, b]_{\mathbb{Q}} \mapsto [b, a]_{\mathbb{Q}}$ (mit $a, b \neq 0$)
(d) $[a, b]_{\mathbb{Q}} \mapsto [a + b, b]_{\mathbb{Q}}$