

Übungen zur Vorlesung Mathematik für InformatikerInnen 2  
 Sommersemester 2020

Die Abgabe der Übungsblätter erfolgt per Email bis zum **10.06.2020, 10 Uhr** vor der Vorlesung. Senden Sie Ihre Lösungen an den Tutor Ihrer Übungsgruppe. Auf der Vorlesungshomepage finden Sie die Emailadressen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: [www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/)

**Blatt 5**

03.06.2020

**Aufgabe 1** (Permutationen). Lässt sich bei dem bekannten Schiebepuzzle die linke der folgenden Konfigurationen in die Ausgangsstellung (rechts) überführen?

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 2  | 1  | 3  | 4  |
| 5  | 6  | 7  | 8  |
| 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 |    |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6  | 7  | 8  |
| 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 |    |

**Aufgabe 2** (Zykelschreibweise und Permutationsgruppen). (a) Geben Sie für die folgenden Permutationen deren Zykelschreibweise, Ordnung und Signum an:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 5 & 6 & 7 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_8,$$

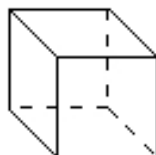
$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 4 & 5 & 3 & 6 & 8 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 4 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix} \in S_8.$$

(b) Geben Sie für jede der Permutationsgruppen  $S_i$ ,  $i = 4, 5, 6, 7$ , je ein Element  $s_i \in S_i$  maximaler Ordnung an.

**Aufgabe 3** (Symmetriegruppen der Platonischen Körper). Bestimmen Sie die Ordnungen der Symmetriegruppen sämtlicher *Platonischer Körper* (die nach der Anzahl ihrer Flächen benannt sind):



Tetraeder



Würfel



Oktaeder

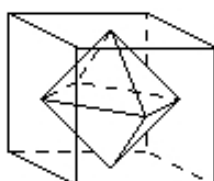


Dodekaeder



Ikosaeder

*Tipp:*



Für Dodekaeder und Ikosaeder gibt es ein ähnliches Bild.

Welche Länge von Bahnen unter der Symmetriegruppe können für Punkte auf der Oberfläche eines Platonischen Körpers auftreten?

**Aufgabe 4** (Operation durch Konjugation). Sei  $G$  eine Gruppe. Betrachten Sie die Operation durch Konjugation von  $G$  auf sich selbst:

$$\varphi: G \times G \rightarrow G, (g, x) \mapsto \varphi(g, x) := g \cdot x := gxg^{-1}.$$

Eine *Konjugationsklasse* ist eine Bahn unter dieser Operation.

- (a) Bestimmen Sie für  $G = S_4$  die Bahnen dieser Operation und die Ordnung der Stabilisatoren  $|\text{Stab}(h)|$  für alle  $h \in S_4$ .
- (b) Eine *Partition* von  $n \in \mathbb{N}$  ist eine Darstellung der Form:  $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$  für  $n_i \in \mathbb{N}$  mit:  $n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_k \geq 1$ .  
Zeigen Sie: Es gibt eine Bijektion zwischen den Konjugationsklassen von  $S_n$  und den Partitionen von  $n$ .