Fakultät MI, Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Dr. Michael Hoff

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Übungen zur Vorlesung Mathematik für InformatikerInnen 2

Sommersemester 2020

Die Abgabe der Übungsblätter erfolgt per Email bis zum **24.06.2020, 10 Uhr** vor der Vorlesung. Senden Sie Ihre Lösungen an den Tutor Ihrer Übungsgruppe. Auf der Vorlesunghomepage finden Sie die Emailadressen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

Blatt 7 17.06.2020

Aufgabe 1 (Diagonalisierbarkeit)**.** Überprüfen Sie, ob die folgenden Matrizen diagonalisierbar sind und diagonalisieren Sie diese gegebenenfalls.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{(b)} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 3 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (Lineare Rekursion)**.** Seien $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ und $x_{n+1} = 2x_n + x_{n-1}$ für $n \geq 1$. Bestimmen Sie eine geschlossene Formel für x_n.

Aufgabe 3 (Relationen zwischen Matrizen)**.**

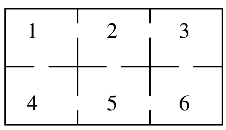
(a) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie: $A^3 - 6A^2 + 10A - 4E_3 = 0$, wobei $E_3 \in K^{3\times 3}$ die Einheitsmatrix ist.

(b) Sei nun $A \in K^{n\times n}$ beliebig. Zeigen Sie: Es existiert ein Polynom $P(t) = b_r t^r + \cdots + b_1 t + b_0 \in K[t]$, so dass: $b_r A^r + \cdots + b_1 A + b_0 E_n = 0$, wobei $E_n \in K^{n\times n}$ die Einheitsmatrix ist.

Aufgabe 4 (Labyrinth)**.** Betrachten Sie das folgende Labyrinth, in dem sich eine Maus bewegt:



Befindet sich die Maus in Kammer j, so bleibt sie mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ dort und wechselt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2\omega_j}$ in die Kammer i, falls von Kammer j genau ω_j Türen abgehen und eine davon in Kammer i führt. Stellen Sie die Übergangsmatrix $P = (p_{ij})_{i,j=1,2,\ldots,6}$ auf, zeigen Sie, dass der Grenzwert $\lim_{k\to\infty} P^k$ existiert und bestimmen Sie diesen.