UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp, Michael Hahn

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

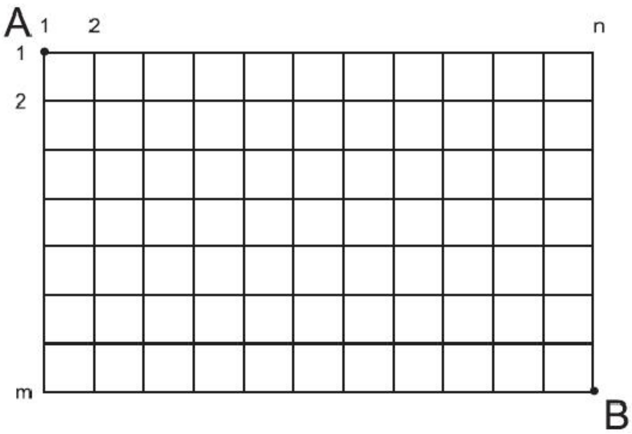
Die Lösungen des Übungsblattes sind am 06.11.2013 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werdern auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

Blatt 3 30. Oktober 2013

Aufgabe 1 (Potenzmengen)**.** Sei M eine beliebige Menge und 2^M ihre Potenzmenge. Zeigen Sie: Es existiert keine bijektive Abbildung zwischen M und 2^M.

Aufgabe 2 (Wege durch eine Stadt)**.** In einem amerikanischen Stadtplan mit n Avenues und m Streets, die ein Gitter aus gleich großen Quadraten bilden (siehe Abbildung unten), wollen Sie von einem Eckpunkt A aus zum gegenüberliegendem Eckpunkt B gehen. Wieviele kürzeste Wege gibt es?



Aufgabe 3 (Binomialkoeffizienten)**.** Zeigen Sie: Für alle $n, k, s, t \in \mathbb{N}$ gelten die folgenden drei Gleichungen:

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}, \tag{1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} i \cdot \binom{n}{i} = n \cdot 2^{n-1}, \tag{2}$$

$$\binom{s+t}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{s}{i}\binom{t}{n-i}. \tag{3}$$

Geben Sie eine Interpretation der Gleichungen (1), (2) und (3) über die Definition der Binomialkoeffizienten.

Aufgabe 4 (Äquivalenzrelationen)**.** Auf $M = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definieren wir eine Relation $\sim$ durch

$$(a, b) \sim (c, d) \iff a + d = b + c$$

(a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf M ist.
(b) Beschreiben Sie die Äquivalenzklassen [(1,1)] und [(3,1)].
(c) Wir definieren eine Addition auf $M/\sim$ durch komponentenweise Addition, d.h.:

$$[(a, b)] + [(c, d)] = [(a + c, b + d)].$$

Zeigen Sie die Wohldefiniertheit, d.h. zeigen Sie, dass für $(a, b) \sim (a', b')$ und $(c, d) \sim (c', d')$ auch $(a + c, b + d) \sim (a' + c', b' + d')$ gilt.
(d) Die Menge $M/\sim$ mit der so definierten Addition ist eine in der Mathematik wohlbekannte Menge. Welchen Namen hat diese Menge?