UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp, Michael Hahn

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 11.12.2013 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Blatt 8 04. Dezember 2013

Aufgabe 1 (Konvergenz von Reihen)**.** Sei (a_n) eine monoton fallende Folge in $\mathbb{R}_{>0}$. Zeigen Sie: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert genau dann, wenn $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k}$ konvergiert.

Aufgabe 2 (Umordnung)**.** Sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine konvergente, aber nicht absolut konvergente Reihe. Zeigen Sie:

(a) Die Teilreihe der positiven Glieder wächst unbeschränkt, die Teilreihe der negativen Glieder fällt unbeschränkt.

(b) Für jede reelle Zahl $a \in \mathbb{R}$ gibt es eine Umordnung $\tau\colon \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$, so dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_{\tau(n)}$ den Grenzwert a hat.

Aufgabe 3 (Konvergenz)**.** Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Reihen:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (x+1)^n$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2^n}\right)$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3}$

Können Sie den Grenzwert im Falle der Konvergenz bestimmen?

Aufgabe 4 (Komplexe Zahlen)**.** Bestimmen und zeichnen Sie für $r = \frac{1}{2}$, $r = 1$ und $r = 2$ jeweils die Menge:

$$\left\{ z \in \mathbb{C} : \left| \frac{z-1}{z+1} \right| < r \right\}.$$