



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 18.12.2013 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Blatt 9

11. Dezember 2013

Aufgabe 1 (Stetigkeit). Bestimmen Sie, in welchen Punkten die folgende Funktion stetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1, \\ x^2 + 5x + 7, & -1 < x \leq 0, \\ x + 7, & x > 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2 (lim sup und lim inf). Sei (a_n) die Folge mit $a_n := (-1)^n + \frac{1}{n}$. Berechnen Sie

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n \quad \text{und} \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

Aufgabe 3 (Additionstheoreme für Sinus und Cosinus).

(a) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ Polynome $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ in zwei Variablen x, y mit reellen Koeffizienten existieren, so dass

$$\sin(nt) = p_n(\sin(t), \cos(t)) \quad \text{und} \quad \cos(nt) = q_n(\sin(t), \cos(t))$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt.

(b) Berechnen Sie $p_n(x, y)$ und $q_n(x, y)$ für $n = 2, 3, 4$.

Aufgabe 4 (Leinenwurf). In einem Raum ist eine Leine von der Fensterwand zur gegenüberliegenden Wand gespannt. Jetzt wird die Leine an beiden Seiten gelöst und irgendwie in die Mitte des Raumes geworfen.

Zeigen Sie: Es gibt einen Punkt auf der Leine, der genauso weit von der Fensterwand entfernt ist wie zuvor.