



Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 21.01.2015 **vor der Vorlesung** abzugeben.Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/**Blatt 10**

14. Januar 2015

Aufgabe 1. Seien I ein Intervall, $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ eine konkave Funktion und $x_1, \dots, x_n \in I$.

(a) Zeigen Sie,

$$\sum_{i=1}^n \frac{f(x_i)}{n} \leq f\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}\right).$$

(b) Folgern Sie die Ungleichung zwischen geometrischen und arithmetischen Mittel

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot \dots \cdot x_n} \leq \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}.$$

(Hinweis: Wählen Sie $f = \ln$.)**Aufgabe 2.** Seien $D \subset \mathbb{R}$ und $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ zwei n Mal differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie:

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

Aufgabe 3. Eine Konservendose von 320 ml Inhalt soll so dimensioniert werden, dass der Blechverbrauch minimal ist. Wir nehmen dabei an, die Konservendose sei ein perfekter Zylinder. Welche Höhe und welchen Durchmesser hat die Dose?*Hinweis:* Dabei dürfen Sie die aus der Schule bekannten Formeln für Volumen und Mantel eines Zylinders verwenden.**Aufgabe 4.** Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen in jedem Punkt ihres Definitionsbereiches

(a) $f_1(x) = \sin(\ln(x))$

(b) $f_2(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$

(c) $f_3(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$

(d) $f_4(x) = x^x$

(e) $f_5(x) = (x^x)^x$

(f) $f_6(x) = x^{(x^x)}$