UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 10.12.2014 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 6 3. Dezember 2014

Aufgabe 1. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz und geben Sie, falls er existiert, den Grenzwert an:

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n+1}}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^2-3n+1}$

Aufgabe 2. Sei (a_n) eine monoton fallende Folge in $\mathbb{R}_{>0}$.
Zeigen Sie: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert genau dann, wenn $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k}$ konvergiert.

Aufgabe 3. Sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine konvergente, aber nicht absolut konvergente Reihe. Zeigen Sie:

(a) Die Teilreihe der positiven Glieder wächst unbeschränkt, die Teilreihe der negativen Glieder fällt unbeschränkt.

(b) Für jede reelle Zahl $a \in \mathbb{R}$ gibt es eine Umordnung $\tau\colon \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$, so dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_{\tau(n)}$ den Grenzwert a hat.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ für die die folgenden Reihen konvergieren.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2(x+1)^n$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2^n}\right)$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3}$