Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Philip Oberacker

Universität des Saarlandes, Wintersemester 2014/2015

13.01.2015

Mathematatik für Naturwissenschaftler I

Blatt 10 (Abgabe: 20.01.2015)

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob die Regel von de l'Hospital anwendbar ist, und berechnen Sie

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(3x^2+6x-9)(x^2+x-2)}{(x^2-9)(x^2+5x-6)}$,

(b) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x^2-4x+3)(x^2+x-2)}{(x^2-9)(x^2+2x-8)}$.

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x+e^{-x}-2}{1-\cos(x)}$

(d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^x-x}{1-x+\ln(x)}$

Aufgabe 2 In dieser Aufgabe dürfen Sie gerne einen Taschenrechner oder ein Computerprogramm verwenden.

(a) Für einen kubischen Kristall mit der elementaren Zellgröße a gilt für den Reflektionswinkel ϑ

$$\sin^2\vartheta = \frac{\lambda^2}{4a^2}(h^2+k^2+l^2),$$

wobei $\lambda = 136pm, a = 313pm, h = k = 1, l = 2$. Bestimmen sie ϑ.

(b) Die Interaktionsenergie E eines Dipols und eines Ions wird gegeben durch die Gleichung

$$E = -\frac{z_A e\mu\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}.$$

wobei z_A die ganzzahlige Ladung des Ions ist, e ist die elektrische Ladung, μ das Dipolmoment, ε_0 ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums und ε_r ist die relative Dielektrizitätskonstante. Bestimmen sie ϑ unter der Annahme, dass die Interaktionsenergie $-0.014aJ$ $(1aJ = 10^{-18}J)$ beträgt, wenn $z_A = 2, e = 1.6\cdot 10^{-19}C, \mu = 2.5\cdot 10^{-30}Cm, \varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}C^2/(Nm^2), \varepsilon_r = 1.5$ und $r = 250pm = 250\cdot 10^{-12}m$

Aufgabe 3

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120}$. Geben Sie möglichst große Intervalle an, auf denen f konvex bzw. konkav ist und fertigen Sie eine (grobe) Skizze des Graphen der Funktion an.

Aufgabe 4 In dieser Aufgabe dürfen Sie gerne einen Taschenrechner oder ein Computerprogramm verwenden.

(a) Führen Sie mit dem Intervall $]2,3[$ beginnend drei Schritte einer Intervallschachtelung aus, um den Wert von $\sqrt{7}$ einzugrenzen. Vergleichen Sie das Resultat mit dem tatsächlichen Wert von $\sqrt{7}$.

(b) Benutzen sie das Newtonverfahren mit den Startwerten $x_0 = 2$ und $x_0 = 3$, um in drei Schritten eine Näherung für $\sqrt{7}$ zu berechnen. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse mit dem tatsächlichen Wert von $\sqrt{7}$.