Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Philip Oberacker

Universität des Saarlandes, Wintersemester 2014/2015

16.12.2014

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Blatt 8 (Abgabe: 06.01.2015)

Aufgabe 1

Gegeben sei eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Symmetrieeigenschaften der ersten und zweiten Ableitung im Falle, dass

(a) der Graph von f achsensymmetrisch,

(b) der Graph von f punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Kettenregel.

Aufgabe 2

Zeigen Sie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}} = 4.$$

Anleitung: Zeigen Sie zunächst, dass für den Konvergenzradius R der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ gilt $R = 1$. Die Potenzreihe definiert also für $x \in]-1, 1[$ eine differenzierbare Funktion f, für die gilt $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $x \in]-1, 1[$.

Aufgabe 3

Die Hyperbelfunktionen $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ sind durch

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}\ , \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

definiert.

(a) Drücken Sie die erste und die zweite Ableitung von $\cosh(x)$ bzw. $\sinh(x)$ durch diese Funktionen aus.

(b) Untersuchen Sie $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ auf Symmetrie (gerade/ungerade Funktion, achsen- bzw. punktsymmetrischer Graph).

Aufgabe 4

Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls:

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \left(x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)$

(b) $\lim\limits_{x \searrow 0} \frac{\sin(x)}{x^2}$

(c) $\lim\limits_{x \nearrow 0} \frac{d}{dx}(|x|)$

(d) $\lim\limits_{x \searrow 0} \frac{d}{dx}(|x|)$