UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Vorlesung Analysis 3

Wintersemester 2015/16

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 21.01.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 11 — 14.01.2016

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass jede geschlossene Pfaffsche Form auf $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ ein Potential hat.

Definition. Sei V ein endlich dimensionaler Vektorraum. Ein von Null verschiedenes Element $\omega \in \bigwedge^k V^*$ heißt <u>vollständig zerlegbar</u>, wenn (linear unabhängige) $\varphi_1, \ldots, \varphi_k \in V^*$ existieren mit $\omega = \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_k$.

Aufgabe 2. Sei V ein endlich dimensionaler Vektorraum. Ziegen Sie, dass $\omega \in \bigwedge^k V^*$ genau dann vollständig zerlegbar ist, wenn $\dim \ker(\alpha) = k$ ist, mit

$$\alpha : V^* \to \bigwedge^{k+1} V^*, \quad \varphi \mapsto \varphi \wedge \omega$$

Aufgabe 3. Sei $V^* = \mathbb{R}^4$ mit Basis $e_1, \ldots, e_4$.

(a) Zeigen Sie, dass $e_1 \wedge e_2 + e_3 \wedge e_4$ nicht vollständig zerlegbar ist.

(b) Zeigen Sie, dass $\omega \in \bigwedge^2 V^*$ genau dann vollständig zerlegbar ist, wenn $\omega \wedge \omega = 0$ ist.

Aufgabe 4. Sei $f \in \mathrm{End}(V)$ ein diagonalisierbarer Endomorphismus eines n-dimensionalen Vektorraums V mit Eigenwerten $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$. Bestimmen Sie die Eigenwerte von $\bigwedge^k f$ und die Spur $\mathrm{Tr}(\bigwedge^k f)$.