UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Vorlesung Analysis 3

Wintersemester 2015/16

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 28.01.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 12 21.01.2016

Aufgabe 1.

(a) Berechnen Sie die äußere Ableitung der folgenden 1-Formem
   (i) $x^2dx + xy^2dz$
   (ii) $(x + \cos(y))dy + 3dz$

(b) Berechnen Sie die äußere Ableitung der folgenden 2-Formem
   (i) $x^2dx \wedge dy + e^z dy \wedge dz$
   (ii) $(x + \sin(z))dx \wedge dy + y\,dx \wedge dz + xyz\,dy \wedge dz$

Aufgabe 2. Sei ω_1 eine p-Form und ω_2 eine q-Form auf einer offenen Menge $U \subset \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Sind ω_1 und ω_2 geschlossen, so ist auch $\omega_1 \wedge \omega_2$ geschlossen.
(b) Sind ω_1 geschlossen und ω_2 exakt so ist $\omega_1 \wedge \omega_2$ exakt.

Aufgabe 3. Sei $\omega = 2xz\,dy \wedge dz - (z^2 + e^y)dx \wedge dy$ eine Differentialform auf $\mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass $d\omega = 0$ ist und bestimmen Sie eine 1-Form η auf $\mathbb{R}^3$ mit $\omega = d\eta$.

Aufgabe 4. Seien $U, V \subset \mathbb{R}^n$ und sei $\varphi : U \to V$ eine stetig partiell differentierbare Abbildung. Sei ferner $\omega = f\,dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_n$ eine n-Form auf U. Zeigen Sie, dass für alle $x \in U$ gilt:

$$\varphi^*(\omega)(x) = \det(\varphi'(x))f \circ \varphi(x)\,dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_n$$