UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp

Übungen zur Vorlesung Analysis 3

Wintersemester 2015/16

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 17.12.2015, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 8 — 10.12.2015

Aufgabe 1. Sei $0 < r < R$ und

$$T := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0\}$$

die Oberfläche eines Torus. Berechnen Sie das 2-dimensionale Volumen von T.

Aufgabe 2. Sei $B_n^r := \{x \in \mathbb{R}^n \mid ||x||_2 \leq r\}$ die n-dimensionale Kugel mit Radius r um 0. Berechnen Sie das n-dimensionale Volumen $v_n(B_r^n)$.

Aufgabe 3.

(a) Mit der Notation aus Aufgabe 2 sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$ und $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R},\ r \mapsto v_n(B_r^n)$. Zeigen Sie, dass
$$f'(r) = v_{n-1}(S_r^{n-1})$$
gilt, wobei $S_r^{n-1} := \{x \in \mathbb{R}^n \mid ||x||_2 = r\}$ die $(n-1)$-Sphäre bezeichnet.

(b) Wie groß muss n sein, damit 90% des Volumens von B_1^n zwischen S_1^{n-1} und $S_{0.99}^{n-1}$ liegt?

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Hausdorff-Dimension der Cantormenge (vgl. B1 Aufg. 4).