



## Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2019/20

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 8.1.2020 **vor der Vorlesung** in den Briefkästen (neben dem Zeichensaal U.39, Geb. E2 5) abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: [www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/)

### Blatt 9

18. Dezember 2019

**Aufgabe 1** (Stetigkeit). Die drei Funktionen  $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  seien folgendermaßen definiert:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q}, \\ 1 - x, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Z} \text{ teilerfremd, } q > 0, \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \cup \{0\}. \end{cases}$$

Zeigen Sie:  $f$  ist nur in  $\frac{1}{2}$  stetig,  $g$  ist nirgendwo stetig und  $h$  ist genau in allen irrationalen  $x$  und in der Null stetig.

**Aufgabe 2** (Stetige Funktionen).

- Gibt es eine stetige Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , die jeden ihrer Werte genau zweimal annimmt?
- Gibt es eine stetige Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , die jeden ihrer Werte genau dreimal annimmt?

**Aufgabe 3** (Produktregel). Seien  $D \subset \mathbb{R}$  und  $f, g: D \rightarrow \mathbb{R}$  zwei  $n$  Mal differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie:

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

**Aufgabe 4** (Mehrfache Nullstellen). Für welche  $a, b \in \mathbb{R}$  hat  $f(x) = x^3 - ax + b$  eine doppelte Nullstelle (d.h. eine Stelle  $x_0$  mit  $f(x_0) = f'(x_0) = 0$ )? Für welche  $a, b$  hat die Funktion genau eine, zwei bzw. drei reelle Nullstellen?

---

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr!!!