



Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler 1

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am **24.10.2017**, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Homepage der Vorlesung.

Blatt 1

17.10.2017

Aufgabe 1. Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ paarweise verschiedene reelle Zahlen. Gegeben seien die Mengen $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{a, b\}$ und $C = \{b, c\}$. Beschreiben Sie die folgenden Mengen explizit durch Aufzählen ihrer Elemente:

(a) $A \times (B \cup C)$, (b) $(A \times B) \cup (A \times C)$, (c) $(A \times C) \cap (A \times C)$ und (d) $A \cup (B \times C)$.

Aufgabe 2. Geben Sie die folgenden Mengen durch Aufzählen der Elemente an:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 \mid a \cdot b = 210\}, & M_2 &= \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 \mid a + b = 7\}, \\ M_3 &= \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 \mid a + b = \frac{3}{2}\}, & M_4 &= \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 \mid a + b < \frac{7}{2}\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 3. (a) Gegeben seien Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = 1 + 5x - x^2 \text{ und } g(x) = x - 1.$$

Geben Sie möglichst einfache Ausdrücke für die Kompositionen

$$(f \circ g \circ g)(x) \text{ bzw. } (g \circ f \circ g)(x)$$

an.

(b) Seien Mengen $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ und $B = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 < y < \frac{1}{9}\}$ gegeben. Ferner seien Funktionen $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow A$ bestimmt durch

$$f(x) = \frac{1}{9 + 4x^2} \text{ und } g(y) = \sqrt{\frac{1 - 9y}{4y}}.$$

Zeigen Sie, dass g die Umkehrfunktion zu f ist.

Aufgabe 4. (a) Die Funktionen $f, g, h : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ seien gegeben durch:

$$f(x) = 3x + 1, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad h(x) = 2x + \frac{1}{x} + 4.$$

Berechnen Sie möglichst einfache Ausdrücke für

$$(f \circ g)(x), \quad (h \circ f \circ h)(x), \quad (g \circ f)(x).$$

(b) Die Funktionen $f : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \{y \in \mathbb{R} \mid y > 1\}$, $g : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow]0, 1[$ seien gegeben durch

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2}, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}.$$

Finden Sie Umkehrfunktionen für f und g .