



Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler 1

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am **28.11.2017**, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Homepage der Vorlesung.

Blatt 6

21.11.2017

Aufgabe 1. Existieren die folgenden Grenzwerte? Falls ja, berechnen Sie diese. Falls nein, untersuchen Sie die Folgen auf bestimmte Divergenz.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + 4n^2 - 3n + 1}{5n^3 + \frac{1}{n}}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{17n^4 + \frac{7}{n}}{13n^4 + n^2 - 5}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^7 + n}{n^6 + 5n^2}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 \sin x - 5n^4}{(n^2 - 1)(n^2 + 1)}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 2. Untersuchen Sie für die Funktion f und den Punkt x_0 , ob f sich stetig in x_0 fortsetzen lässt und bestimmen sie ggf. den Wert in x_0 der stetigen Fortsetzung.

$$(1) f(x) = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 4x + 4}, \quad x_0 = 2$$

$$(2) f(x) = \frac{(x^2 - x - 2)(x^2 + 2x + 1)}{x^2 - 2x + 1}, \quad x_0 = 1$$

$$(3) f(x) = \frac{\sin(3x)}{x}, \quad x_0 = 0$$

$$(4) f(x) = \frac{\cos(x)}{-x + \frac{\pi}{2}}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Aufgabe 3. Gegeben seien Folgen (a_n) und (b_n) durch

$$a_n = \sin(n\pi) + \frac{1}{n}$$

$$\text{bzw. } b_n = \cos(n\pi) + \frac{1}{n}.$$

Untersuchen Sie die Folgen (a_n) , (b_n) , $(|a_n|)$ und $(|b_n|)$ auf Konvergenz. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$, so dass die folgende Funktion auf ganz \mathbb{R} stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{d}{dx}(\cos(x))^2 & x < \frac{\pi}{4} \\ ax + b & \frac{\pi}{4} \leq x \leq 1 \\ \log x & x > 1 \end{cases}$$