



Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler 1

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am **05.12.2017**, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Homepage der Vorlesung.

Blatt 7

28.11.2017

Aufgabe 1. Gegeben sei eine zweimal differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Symmetrieeigenschaften der ersten und zweiten Ableitung im Falle, dass

- (a) der Graph von f achsensymmetrisch,
- (b) der Graph von f punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Kettenregel.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die folgenden (ggf. uneigentlichen) Grenzwerte.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \left(1 - \frac{1}{x} \right)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(x)}{\log \left(1 - \frac{1}{x} \right)}$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen (hierbei dürfen Sie ohne Beweis $\frac{d}{dx} e^x = e^x$ benutzen):

- (a) $f_1(x) = x^6 - 2x^3 + 6x + 10$
- (b) $f_2(x) = \frac{1}{4x^3 - 6x^2 + 12x}$
- (c) $f_3(x) = e^{\sqrt{2x}}$
- (d) $f_4(x) = (\tan(x))^2$
- (e) $f_1(x) = \frac{e^x}{x^2}$
- (f) $f_2(x) = \frac{e^{(x^2)}}{x \cos(x)}$

Aufgabe 4.

- (a) Sei $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass ein Punkt $\xi \in [0, 1]$ existiert mit $f(\xi) = \xi$. Ein solches ξ nennt man Fixpunkt von f .

Hinweis: Wenden Sie den Zwischenwertsatz auf die Funktion $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x) - x$ an.

- (b) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$e^x = 3x$$

(mindestens) eine Lösung $x \in (0, 1)$ hat.