



## Übungen zur Mathematik für Naturwissenschaftler 1

Wintersemester 2017/18

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 10.15 Uhr, am **05.12.2017**, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Homepage der Vorlesung.

### Blatt 7

28.11.2017

**Aufgabe 1.** Gegeben sei eine zweimal differenzierbare Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Bestimmen Sie die Symmetrieeigenschaften der ersten und zweiten Ableitung im Falle, dass

- (a) der Graph von  $f$  achsensymmetrisch,
- (b) der Graph von  $f$  punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

**Hinweis:** Betrachten Sie die Kettenregel.

**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie die folgenden (ggf. uneigentlichen) Grenzwerte.

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \log \left( 1 - \frac{1}{x} \right)$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(x)}{\log \left( 1 - \frac{1}{x} \right)}$

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen (hierbei dürfen Sie ohne Beweis  $\frac{d}{dx} e^x = e^x$  benutzen):

- (a)  $f_1(x) = x^6 - 2x^3 + 6x + 10$
- (b)  $f_2(x) = \frac{1}{4x^3 - 6x^2 + 12x}$
- (c)  $f_3(x) = e^{\sqrt{2x}}$
- (d)  $f_4(x) = (\tan(x))^2$
- (e)  $f_1(x) = \frac{e^x}{x^2}$
- (f)  $f_2(x) = \frac{e^{(x^2)}}{x \cos(x)}$

**Aufgabe 4.**

- (a) Sei  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass ein Punkt  $\xi \in [0, 1]$  existiert mit  $f(\xi) = \xi$ . Ein solches  $\xi$  nennt man Fixpunkt von  $f$ .

**Hinweis:** Wenden Sie den Zwischenwertsatz auf die Funktion  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto f(x) - x$  an.

- (b) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$e^x = 3x$$

(mindestens) eine Lösung  $x \in (0, 1)$  hat.