



UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 Mathematik
Prof. Dr. R. Schulze-Pillot

Universität des Saarlandes, E2 4, Zi. 321 - email: schulzep@math.uni-sb.de

Im Wintersemester 2012/13 halte ich eine **Vorlesung** mit dem Thema

Analytische Zahlentheorie
(Analytic Number Theory).

The course can be given in english if participants wish so. An announcement in english is at: www.math.uni-sb.de/ag/schulze/anzth_2012_english.pdf.

Die Vorlesung beschäftigt sich mit der Anwendung von Methoden der komplexen Analysis für die Lösung zahlentheoretischer Probleme.

Startpunkt ist die Riemann'sche Zetafunktion $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$. J. Neukirch sagte:

Die Zetafunktion ist eine der berühmtesten Funktionen der Mathematik; sie weiß alles über die Primzahlen.

Man könnte hinzufügen: Bis heute verrät sie uns aber nicht alles, was sie weiß. Der Beweis der Riemann'schen Vermutung über die Nullstellen der Zetafunktion ist daher eines der sieben „millenium problems“, auf deren Lösung das Clay-Institut einen Preis von je einer Million Dollar ausgesetzt hat.

Zunächst soll mit Hilfe der Zetafunktion der Primzahlsatz über die asymptotische Abschätzung der Anzahl $\pi(X)$ aller Primzahlen $p \leq X$ bewiesen und die Beziehung des Fehlerterms in dieser Formel zur besagten Riemann'schen Vermutung erläutert werden.

Anschließend sollen allgemeinere Dirichletreihen untersucht werden, insbesondere soll das Nullstellenverhalten Dirichlet'scher L -Reihen einschliesslich aktueller Vermutungen über deren Verteilung diskutiert werden; hier ergeben sich interessante Verbindungen zur Theorie der Zufallsmatrizen (random matrices). Ferner erhält man hier Abschätzungen für Primzahlen in arithmetischen Progressionen, etwa für kleinste prime quadratische Reste/Nichtreste; solche Abschätzungen sind auch für zahlreiche Anwendungen außerhalb der Zahlentheorie relevant (etwa Kryptographie). Weitere Themen werden sein: Hardy-Littlewood-Methode zur Untersuchung diophantischer Gleichungen (etwa Waring-Problem), Gleichverteilungsprobleme.

Vorkenntnisse: Funktionentheorie, Grundkenntnisse der elementaren Zahlentheorie, etwa aus der Vorlesung „Einführung in Algebra und Zahlentheorie“ (EAZ) sind hilfreich, aber nicht nötig.

Die Vorlesung ist vierstündig (Mo, Do 10-12) (6 LP), bei Bedarf kann sie durch Übungen (weitere 3 LP) ergänzt werden. Der Termin ist verhandelbar, falls Kollisionen auftreten.

Literatur: (Weitere Literatur in der Vorlesung)

- Brüdern: Einführung in die Analytische Zahlentheorie
- Bateman, Diamond: Analytic Number Theory
- Iwaniec, Kowalski: Analytic Number Theory