

Zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR

1. Anliegen des Vortrages

Nach 1989 gab es von Seiten zahlreicher Mathematikdidaktiker der alten Bundesländer ein großes Interesse an einem wissenschaftlichen Austausch mit ihren neuen Kollegen aus dem Osten. Es kam aber nur zu zwei Tagungen, einem gemeinsamen Symposium im Oktober 1990 am IDM und einer Doppeltagung im Jahre 1996 in Osnabrück und Magdeburg, auf denen Vertreter beider Wissenschaftlergruppen sich zu gleichen Themen äußerten. Der Tagungsband zur Doppeltagung erschien erst im Jahre 2003 (Henning und Bender 2003), einige der Beiträge sind auch im ZDM (2003, Heft 4) veröffentlicht. Die Durchführung beider Tagungen ist vor allem den Initiativen von Hans-Georg Steiner vom IDM zu verdanken. Die Reflektion von Forschungsergebnissen aus der DDR hat dann jedoch nachgelassen. Heute findet man nur noch in sehr wenigen wissenschaftlichen Publikationen Verweise auf entsprechende Literatur. So enthält das 2015 erschienene Handbuch der Mathematikdidaktik in den 24 Kapiteln mit jeweils sehr umfangreichen Literaturverzeichnissen nur 15 Quellen von fachdidaktischen Arbeiten aus der DDR. Und auch im Lehrbuch zur Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I gibt es nur zwei Literaturangaben zu fachdidaktischen Arbeiten aus der DDR¹. Ausnahmen bilden das verbreitete Didaktiklehrbuch von Zech und die Monographie von Maier zum räumlichen Vorstellungsvermögen (Maier 1999).

Es gibt eine große Fülle von Publikationen, die es sowohl mit Blick auf den heutigen Mathematikunterricht als auch aus historischer Sicht Wert sind, in die aktuellen wissenschaftlichen Arbeiten einbezogen zu werden. So sind in der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ in den Jahren bis 1990 etwa 1200 Artikel zu konkreten Problemen der Gestaltung des Mathematikunterrichts erschienen. Auf Madipedia habe ich 269 Einträge von Dissertationen und 28 Einträge zu Habilitationen bzw. Dissertationen B in der DDR gefunden. Es ist sehr erfreulich, dass offensichtlich im Ergebnis eines Projektes an der Universität Potsdam, in wahrscheinlich mühseliger Arbeit, die Quellenangaben zu den Qualifizierungsarbeitern zusammengetragen wurden. Die Anzahl der aufgeführten Dissertationen A ist nach meiner Einschätzung allerdings bei weitem nicht vollständig. Mit eigenen Unterlagen habe ich die Liste der Dissertationen B vervollständigen können, es sind allein 40 seit 1975. Die Anzahl dieser Arbeiten in der BRD ist geringer, Burscheid (2003) berichtet von 161 Dissertationen und 28 Habilitationen im Zeitraum von 1966 bis 1990, wobei die Hälfte der Dissertationen nicht an mathematikdidaktischen Lehrstühlen geschrieben wurde, also fachwissenschaftliche Arbeiten waren. In der DDR waren Promotionen im Fach die Ausnahme.

Eine der Ursachen für die Nichtbeachtung von Ergebnisse der Mathematikmethodik in der DDR liegt sicher in der Tatsache begründet, dass nur wenige der damaligen Hochschullehrer nach 1990 weiterarbeiten konnten, wie im folgenden Abschnitt genauer angegeben wird. Ein weiterer Hinderungsgrund ist die schwierige Literaturlage. Die für heute interessantesten Ergebnisse sind nicht hauptsächlich in der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ oder den Unterrichtshilfen zu finden, sondern in den Dissertationen, den wissenschaftlichen Zeitschriften der Einrichtungen und der so genannten grauen Literatur. Die Qualifizierungsarbeiten liegen nur in wenigen Exemplaren in den Bibliotheken der Einrichtungen bzw. in der deutschen Nationalbibliothek vor. Es mag aber auch an ideologischen Vorbehalten liegen, jedenfalls spricht dies aus den lapidaren Bemerkungen von Horst Struve zur Mathematikdidaktik in der DDR (Bruder et al. 2015, S. 540).

Mit meinem Vortrag will ich dazu beitragen, das Defizit in der Literaturrezeption zu mindern. Wenn man den realen Mathematikunterricht in Deutschland und die Unterrichtenden in den Blick nimmt, ist es mir unverständlich, dass die Erfahrungen mit dem deutschen Mathematikunterricht in der DDR, die zahlreichen Ideen und Anregungen aus dieser Zeit fast vollständig ignoriert werden. Die Mehrzahl

¹ Fuhrmann 1973; Walsch 1972

der Arbeiten in der DDR beschäftigt sich mit Problemen des realen Mathematikunterrichts und könnte damit eine Bereicherung der heutigen Fachdidaktik sein, deren größtes Defizit aus meiner Sicht die geringe Relevanz vieler Forschungen für den Mathematikunterricht in unserem Land ist. Es gibt weiterhin mehr Gemeinsamkeiten des Mathematikunterrichts in Deutschland mit dem in der DDR, als mit dem Unterricht in vielen anderen Ländern der Welt, allein aus kultureller, sprachlicher oder curricularer Sicht.

2. Wissenschaftliche Einrichtungen zur Didaktik des Mathematikunterrichts in der DDR

2.1. Universitäten, Pädagogische Hochschulen (PH) und Institute für Lehrerbildung (IfL)

Die Ausbildung von Lehrern für die Sekundarstufen erfolgte an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen. Die Pädagogischen Hochschulen besaßen seit den 70iger Jahren Promotions- und Habilitationsrecht. Zu den Hochschullehrern gehörten die Professoren und Dozenten. Die Berufung zum Dozenten setzte in der Regel die Habilitation und die Lehrbefähigung (facultas dozendi) voraus. Eine Professorenstelle entsprach einer C4-Professur und eine Dozentenstelle einer C3-Professur.

Institute für Lehrerbildung (IfL) waren Fachschulen, an denen Unterstufenlehrer (Klassen 1 bis 4) sowie Heimerzieher und Pionierleiter ausgebildet wurden. Sie waren mit den in der BRD zur gleichen Zeit gegründeten Pädagogischen Fachseminaren vergleichbar. Institute für Lehrerbildung gab es in Auerbach, Cottbus, Potsdam, Weimar, Templin, Berlin-Hohenschönhausen, Staßfurt, Nossen, Radebeul, Löbau, Leipzig, Rostock, Nordhausen, Neuzelle. An den IfL wurden nur in wenigen Fällen Forschungsarbeiten durchgeführt, so in Auerbach, Cottbus und Potsdam

Einrichtung	Hochschullehrer im Studienjahr 1989/90
Humboldt-Universität Berlin	Brigitte Frank, Günter Pietzsch, Wolfgang Schulz, Werner Stoye, Dieter Ilse, Marianne Grassmann
Karl-Marx-Universität Leipzig	Hans Bock, Peter Borneleit, Peter Göthner
TU Magdeburg	Herbert Henning
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg	Werner Walsch, Lothar Flade
Wilhelm-Pieck-Universität Rostock	-
Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald	Hans-Peter Mangel
Friedrich-Schiller-Universität Jena	Gunter David
Technische Universität Karl-Marx-Stadt	Horst Elfers, Lothar Frenzel, Klaus Reichold, Wolfgang Steinhöfel
PH „Karl Friedrich Wilhelm Wander“ Dresden – Pädagogisches Institut seit 1952, 1967 PH	Siegfried Schneider
PH „Dr. Theodor Neubauer“ Erfurt/Mühlhausen seit 1953, 1969 PH	Theo Glocke, Wolfgang Zillmer
PH „Liselotte Herrmann“ Güstrow – Pädagogisches Institut seit 1952, 1972 PH	Hans-Dieter Sill
Pädagogische Hochschule Halle-Köthen „N.K. Krupskaja“ – Pädagogisches Institut seit 1952, 1972/1974 PH	Klaus Freytag, Werner Jungk, Klaus Scheler, Manfred Gimpel
PH „Karl Liebknecht“ Potsdam – Brandenburgische Landeshochschule seit 1948, 1951 PH	Regina Bruder, Horst Müller
PH „Ernst Schneller“ Zwickau – Pädagogisches Institut in Karl-Marx-Stadt seit 1956	Heinz Rosin
IfL Auerbach	Wolfram Türke

Von den aufgeführten Hochschullehrern waren nach 1990 nur Marianne Grassmann, Wolfgang Schulz, Peter Borneleit, Herbert Henning, Hans-Peter Mangel, Hans-Dieter Sill und Regina Bruder als

Hochschullehrer tätig. Alle Pädagogischen Hochschulen wurden Universitäten angeschlossen, die Hochschullehrerstellen wurden dabei nicht übernommen.

2.2. Wissenschaftliche Institute

Bereits 1949 wurde das „Deutsche Pädagogische Zentralinstitut“ (DPZI) gegründet, das vor allem für die Entwicklung und Erprobung von Lehrplänen für alle Fächer und Stufen verantwortlich war, an dem aber auch jährlich 10 – 15 Doktoranden arbeiteten. Es wurden u. a. Forschungsarbeiten zum Mathematikunterricht zu psychologischen und pädagogischen Themen durchgeführt. Aus dem DPZI ging 1970 die „Akademie der Pädagogischen Wissenschaften“ (APW) mit dem Institut für Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterricht (IMN) und seiner Abteilung Mathematik hervor.

Einrichtung	Professoren und weitere habilitierte Mitarbeiter im Jahr 1990
Institut für Unterstufenmethodik (IfU) Erfurt an der PH Erfurt/Mühlhausen ²	Elke Bülow, Marianne Franke, Christa Herwig, Horst Starke, Artur Wolf
APW, Abt. Mathematik	Günter Fanghänel, Karlheinz Weber,
Zentralinstitut für Weiterbildung der Lehrer und Erzieher Potsdam/Ludwigsfelde, Abt. Mathematik	Reinhard Stamm

Nach 1990 wurden die APW und damit auch das IMN, das IfU sowie das Zentralinstitut für Weiterbildung vollständig abgewickelt. Nur Marianne Franke konnte sich erfolgreich auf eine Hochschullehrerstelle an der Uni Gießen bewerben.

3. Zum Verhältnis der Wissenschaften „Methodik des Mathematikunterrichts“ in der DDR und „Didaktik der Mathematik“ in der BRD

Mit dem Befehl Nummer 205 vom Juli 1946 der Sowjetischen Militäradministration in der Sowjetischen Besatzungszone (SBZ) wurde die Lehrerausbildung an Universitäten der SBZ in dafür geschaffenen pädagogischen Fakultäten neu organisiert. In diesem Zusammenhang wurden Professuren und Lehraufträge zur „Methodik des Mathematikunterrichts“ eingerichtet bzw. vergeben (Borneleit 2006). Mit der Bezeichnung „Methodik“ wurde an Traditionen vor 1933 angeknüpft (Walsch 2003). So trugen bedeutende Lehrbücher von Walther Lietzmann den Titel „Methodik des mathematischen Unterrichts“. Es gab aber auch einzelne Stellen mit der Bezeichnung „Didaktik“ (Uni Jena) oder „Methodik und Didaktik der Mathematik“ (Uni Greifswald). In den Pädagogischen Wissenschaften der DDR wurde die Methodiken der Unterrichtsfächer als spezielle Didaktiken verstanden und teilweise sogar, wie in der Biologie oder Chemie, als Didaktik des Faches bezeichnet (Borneleit 2016).

In der Bundesrepublik Deutschland hatten einige der eingerichteten Professuren zunächst den Begriff „Methodik“ in der Denomination, der aber später in „Didaktik“ umgewandelt wurde (Schubring 2015). Auch damit wurde an Traditionen vor 1933 angeknüpft, so hatte die Stelle von Friedrich Drenckhahn am Pädagogischen Institut in Rostock im Jahre 1930 als erste die Bezeichnung „Didaktik der Mathematik“ (Schubring 2015). In der pädagogischen Literatur der BRD wurde teilweise streng unterschieden zwischen der Didaktik als theoretische Wissenschaft und der Methodik, die sich mit den praktischen Verfahren des Lehrens und Lernens befasst.

Mit Betrachtungen zur Geschichte der beiden Bezeichnungen Methodik und Didaktik lassen sich die Unterschiede offensichtlich nicht erklären. Auch die Auffassungen in den pädagogischen Wissenschaften der beiden Länder sind kein hinreichendes Kriterium. Um die beiden Wissenschaftsdisziplinen zu vergleichen, müssen ihre erklärten Gegenstände genauer betrachtet werden.

² Die Geschichte des IfU sowie auch der gesamten Grundschullehrerausbildung in der DDR hat Einsiedler (2015) ausführlich dargestellt.

Der Gegenstand der Methodik des Mathematikunterrichts wird in einem gemeinsamen Papier der Abteilung Mathematik der APW, der Wissenschaftlichen Rates „Methodik des Mathematikunterrichts“, den Zentralen Fachkommissionen „Methodik des Mathematikunterrichts“ der Universitäten Hochschulen sowie weiteren Fachkollegen als „Vermittlung und Aneignung mathematischer Bildung im (obligatorischen und fakultativen) Unterricht der allgemeinbildenden Oberschulen und in der außerunterrichtlichen Tätigkeit“ bezeichnet (Akademie der Pädagogischen Wissenschaften der DDR, Institut für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Wissenschaftlicher Rat "Methodik des Mathematikunterrichts 1989, S. 3).

Im 2015 erschienenen Handbuch der Mathematikdidaktik heißt es: „Nach klassischer Auffassung wird die Didaktik als Lehre des Lehrens betrachtet. Für das Fach Mathematik bedeutet dies, dass die Untersuchung von mathematischen Lehr-Lern-Umgebungen damit das Herzstück dessen bildet, was mathematikdidaktische Forschung leisten sollte.“ (Bruder et al. 2015, S. 573)

Die Vermittlung und Aneignung mathematischer Bildung vollzieht sich immer in mathematischen Lehr-Lern-Umgebungen, so dass beide Gegenstandsbeschreibungen als gleichbedeutend anzusehen sind. Häufig wird in beiden Kulturkreisen auch die Formulierung „Lehren und Lernen von Mathematik“ zur Angabe des Gegenstandes verwendet, die auch auf beide Gegenstandsbeschreibungen zutrifft. Eine solche Auffassung ist allerdings aus meiner Sicht zu hinterfragen. Dass Lehren und Lernen im Mathematikunterricht stattfindet, beschreibt lediglich eine äußere Erscheinung. Der Kern des Unterrichts, seine innere Seite sind die bei den Lernenden ablaufenden Prozesse der Herausbildung und Veränderung psychischer Dispositionen. Die Handlungen des Lehrenden sind nur ein Mittel zu diesem Zweck. Deshalb sind aus meiner Sicht der eigentliche Hauptgegenstand einer Didaktik des Mathematikunterrichts alle lokalen und globalen psychischen Entwicklungsprozesse mathematischer Leistungs- und damit verbundenen Verhaltenseigenschaften bei Lernenden in mathematischen Lehrgängen.

Ein Unterschied in den Gegenstandsbeschreibungen besteht in der Weite des Gegenstandes. Während sich der genannte Gegenstand der Methodik des Mathematikunterrichts auf den Unterricht in allgemeinbildenden Schulen und die außerunberechtigte Tätigkeit bezieht, gibt es Gegenstandsbestimmung für die Didaktik der Mathematik keine Einschränkung auf schulische Unterrichtsprozesse. So gehört auch etwa die mathematische Ausbildung an Universitäten und Hochschulen zum Gegenstand. In der DDR wurden allerdings auch zahlreiche Dissertationen zu diesen Lernprozessen erfasst, so dass in der Praxis durchaus eine Erweiterung des Gegenstandes auf die Hochschulmathematik erfolgte.

Zur weiteren Untersuchung der Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Methodik und Didaktik sollen die Aufgaben und Arbeitsbereiche betrachtet werden. Für die Methodik des Mathematikunterrichts werden als solche formuliert (Akademie der Pädagogischen Wissenschaften der DDR, Institut für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Wissenschaftlicher Rat "Methodik des Mathematikunterrichts 1989, S. 5–6):

- Erarbeitung von Positionen zu den Ansprüchen an mathematische Allgemeinbildung und zu dem durch den Mathematikunterrichts zu erbringenden Beitrag zur Persönlichkeitsentwicklung der Schüler,
- Ausarbeitung entsprechender Lehrgangskonzeptionen,
- Untersuchung zu Grundfragen der Erziehungs- und Aneignungsprozesse in Mathematikunterricht,
- Erarbeitung und Erprobung von Lehrplänen, Lehrbüchern und Unterrichtsmaterialien,
- Unterstützung des Einführungs- und Umsetzungsprozesses der Pläne und Materialien durch spezielle Maßnahmen im Rahmen der Lehreraus- und Weiterbildung,
- wissenschaftliche Bilanzierung der Bewährung der Konzeptionen, Pläne und Materialien,
- Profilierung des Begriffs- und Aussagensystems der Mathematikmethodik als Wissenschafts- und Lehrsystem.

Wie schon in der Gegenstandsbeschreibung erkennbar, konzentrieren sich die Aufgaben der Methodik auf den Mathematikunterricht an den Schulen und insbesondere im Sinne einer Design-Based Research (Reinmann 2005) auf die Entwicklung und Erprobung von Materialien für den Unterricht.

Im Handbuch der Mathematikdidaktik werden folgende Gegenstände und Ziele der mathematikdidaktischen Forschung genannt (Bruder et al. 2015, S. 567–585):

- Festlegung geeigneter Fachinhalte für die unterschiedlichen Jahrgangsstufen und Schulformen und sie hinsichtlich der sich wandelnden Bildungsziele zu legitimieren,
- Aufbereitung der Inhalte zu einem Curriculum (im Sinne eines Lehrplans wie etwa den Bildungsstandards),
- Entwicklung von deskriptiven, explikativen und auch prädiktiven Modellen oder Theorien zum Mathematiklernen,
- Identifizierung und Ausarbeitung von geeigneten Lernmaterialien sowie die Konzeption von Lehr-Lern-Umgebungen
- Konzeptualisierung der professionellen Kompetenzen bzw. das damit verbundene professionelle Wissen der Mathematiklehrkräfte als eine Grundlage ihrer Aus- und Fortbildung,
- Untersuchung und Beschreibung von Lernprozessen aus der Perspektive der Schülerinnen und Schüler, insbesondere zur Struktur und Entwicklung mathematischer Kompetenzen, zu Grund- und Fehlvorstellungen

Ein Vergleich der Aufgaben der Mathematikmethodik ergibt eine Übereinstimmung in den meisten Punkten. Während die Formulierung der Aufgaben der Mathematikmethodik eher produktorientiert ist, liegt der Fokus bei den Aufgaben der Mathematikdidaktik auf der Entwicklung von Theorien.

Insgesamt lassen sich auf der Ebene der Gegenstands- und Aufgabenbeschreibung keine wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden Disziplinen Methodik des Mathematikunterrichts und Didaktik der Mathematik feststellen. Ihre Bezeichnungen assoziieren allerdings einen unterschiedlichen Grad des Bezuges zur Fachwissenschaft Mathematik. Didaktik der Mathematik bedeutet im klassischen Sinne Lehre des Lehrens von Mathematik. Diese bis weit in die siebziger Jahre hinein vorherrschende Auffassung (Burscheid 2003) spielt aus meiner Sicht auch heute noch bei vielen Äußerungen von Fachwissenschaftlern beziehungsweise aus der Fachwissenschaft kommenden Fachdidaktikern eine Rolle. Didaktik bedeutet in diesem Sinne eine gut strukturierte, geschickte und oft auch vereinfachte Aufbereitung fachlicher Inhalte. Die so genannte didaktische Reduktion ist hier ein zentrales Anliegen. Die bei Lernenden ablaufenden Prozesse der Verinnerlichung der Inhalte spielen bei diesen Betrachtungen keine oder nur eine sehr geringe Rolle. Inhaltsbezogene und personenbezogene Denkweisen sind nach meinen Erfahrungen bei Fachwissenschaftlern oft nicht vereinbar. Die gerade in den ersten Jahren der Entwicklung der Didaktik der Mathematik zu beobachtende enge Anbindung an fachwissenschaftliche Sichtweisen ist unter anderem mit der Rolle von Fachwissenschaftlern in dieser Zeit verbunden. Viele der ersten bedeutenden Fachdidaktiker in der Bundesrepublik aber auch der Fachmethodik der in der DDR kommen aus der Fachwissenschaft. Vielen ist aus meiner Sicht der Sprung von der vorrangig fachlichen zu der vorrangig pädagogischen Sichtweise nur in Ansätzen gelungen. Heute zeigt sich dies immer noch in vielen fachdidaktischen Publikationen.

Der starke Bezug zur Mathematik ist auch im Handbuch der Mathematikdidaktik erkennbar. In den Kapiteln 1 und 2 geht es auf 48 Seiten um die Mathematik bzw. Schulmathematik. In den Kapiteln 4 bis 8 zu den fünf Hauptthemengebieten des Mathematikunterrichts geht es auf den 178 Seiten nur sehr selten um konkrete Probleme oder empirische Ergebnisse zum Mathematikunterricht. In den Kapiteln zur Arithmetik und Algebra wird dies sehr knapp in Extraabschnitten behandelt. In den Kapiteln zur Analysis und Geometrie kommt es nur implizit vor und lediglich im Kapitel zur Stochastik findet man längere Ausführungen zu empirischen Ergebnissen und Problemen der konkreten Unterrichtsgestaltung. Der Forschungsgegenstand der Mathematikdidaktik wird im erst im Kapitel 21 auf Seite 573 beschrieben.

Insgesamt gesehen sollte eine Vereinheitlichung der Bezeichnungen der beiden Wissenschaften in der DDR der BRD zum Mathematikunterricht erfolgen. Aus inhaltlicher Sicht ist die Bezeichnung „Didaktik des Mathematikunterrichts“ am treffendsten, ich verwende im Folgenden teilweise die abkürzende Bezeichnung „Mathematikdidaktik“ bzw. speziell „Geometriedidaktik“.

4. Phasen der Entwicklung des Mathematikcurriculums in der DDR

Arbeiten und Forschungen zu fachdidaktischen Fragen waren von Beginn an oft eng verbunden mit der Erarbeitung, Implementation und Evaluation von Lehrplänen, Lehrbüchern und Begleitmaterialien. Deshalb sollen in knapper Weise Phasen der Herausbildung dieser zentralen Planungsgrundlagen für den Mathematikunterricht charakterisiert werden. Eine ausführliche Darstellung findet man bei Borneleit (2003).

Die **erste Phase** der Herausbildung eines Mathematikcurriculums reicht von 1946 bis zum so genannten Mathematikbeschluss im Jahre 1962. In dieser Zeit gab es unterschiedliche Bestrebungen und Resultate, die oft kontrovers diskutiert wurden. So spielten etwa reformpädagogische Ideen durch die politisch bedingte Förderung antifaschistischer pädagogischer Reformkräfte nach 1945 eine wichtige Rolle. Dazu im Gegensatz standen Bemühungen um eine enge Orientierung an der Fachwissenschaft und dem Streben nach einem hohen fachlichen Niveau. Nachdem Anfang der Fünfzigerjahre sehr schnell entwickelte Pläne mit sehr hohen, nicht realisierbaren Anforderungen in Kraft gesetzt wurden, orientierte man sich Mitte der Fünfzigerjahre mit Stoffkürzungen und Rücknahme der fachwissenschaftlichen Orientierung wieder eher am herkömmlichen Rechen- und Raumlehreunterricht mit reformpädagogischen Ansätzen. Das für eine gesunde Entwicklung notwendige Wechselverhältnis von Unterrichtsentwicklung von unten aus Sicht der realen Gegebenheiten und politischen Vorgaben von oben aus Sicht gesellschaftlicher Erfordernisse konnte sich dann aber nicht weiter entfalten. Die politisch bedingte Forderung nach einem möglichst hohen Niveau mathematischer Allgemeinbildung mit dem Ziel, damit die Überlegenheit des gesellschaftlichen Systems zu beweisen, führte Ende der Fünfzigerjahre zu einer Hypertrophierung des Prinzips der Wissenschaftlichkeit, die bis zum Ende der DDR für den Mathematikunterricht charakteristisch war. Der im Jahre 1959 in Kraft gesetzte neue Lehrplan, der Grundlage aller weiteren Entwicklungen war, wurde durch dieses Prinzip wesentlich bestimmt. Infolge der im Jahre 1958 beschlossenen Erweiterung der obligatorischen Allgemeinbildung für alle um 25 % von 8 auf 10 Jahre, umfasste der Plan erstmalig 10 Schuljahre. 1960 und 61 wurden die Pläne für die erweiterte Oberschule, die die Klassen 9-12 umfasste, in Kraft gesetzt. Dabei hatten die politisch motivierten Bezüge zum Mathematikunterricht in der Sowjetunion einen erheblichen Einfluss auf die Lehrplangestaltung. In der Sowjetunion bestimmten führende Mathematiker wie Kolmogoroff, der Chefredakteur der *Matematika v škole* und Leiter einer Kommission zur Erstellung von Lehrplänen war, die Entwicklung des Mathematikunterrichts.

Die **zweite Phase** der curricularen Entwicklung begann mit dem im Jahre 1962 gefassten Beschluss der obersten politischen und staatlichen Gremien des Landes zum Mathematikunterricht (Politbüro des ZK der SED und Ministerrat der DDR 17.12.1962). Es war ein in der Geschichte des Mathematikunterrichts einmaliges Ereignis, zu keinem anderen Unterrichtsfach wurde je etwas Analoges beschlossen, was die Wertschätzung und auch Anerkennung der Schwierigkeiten dieses Faches in den Augen der damaligen Politiker zum Ausdruck bringt. Der Beschluss enthielt Festlegungen zur Lehraus- und Weiterbildung, zum Lehrereinsatz, zur Lehrplan- und Lehrbuchentwicklung. Es war der Beginn der Mathematikolympiaden, die sich heute deutschlandweit verbreitet hat, es wurde die Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ ins Leben gerufen, ein Institut für Schulmathematik an der Humboldt-Universität Berlin gegründet und eine „Zentrale Staatliche Kommission für Mathematik“ (ZSKM) berufen, die unter der Leitung des Mathematikers Klaus Härtig bis 1970 tätig war.

Zunächst wurde bereits 1963 der Lehrplan für die Klassen 1-10 präzisiert. Dabei standen fachwissenschaftliche Gesichtspunkte die Einheitlichkeit des Lehrgangs im Vordergrund. Die Veränderungen betrafen insbesondere die Klassen 1 – 3. 1965 wurden von der ZSKM Entwürfe für weiter entwickelte

Lehrplänen öffentlich und breit in der Lehrerschaft und der Didaktik diskutiert. Die Lehrpläne wurden dann bis 1971 schrittweise eingeführt.

Die **dritte Phase** begann Anfang der achtziger Jahre mit der Veränderung der Pläne für die Klassen vier und fünf. Für die anderen Klassenstufen waren ursprünglich nur neu bearbeitete Lehrbücher und Unterrichtshilfen geplant, es zeigte sich aber, dass auch Veränderungen im Lehrplan notwendig sind und so wurde ein neues Lehrplanwerk entwickelt und im Zeitraum 1983 bis 1988 schrittweise eingeführt.

Allen Phasen ist gemeinsam, dass neben der Entwicklung von Lehrplänen auch gleichzeitig entsprechende Lehrbücher, Unterrichtshilfen und didaktische Begleitmaterialien entwickelt wurden, wobei im Laufe der Zeit ein immer höherer Grad der Koordinierung erreicht wurde. In der zweiten Phase wurde zum Beispiel 1975 ein Lehrbuch zur Methodik des Mathematikunterrichts als Gemeinschaftswerk aller Didaktiker veröffentlicht (Walsch und Weber 1975). Die überarbeitete Fassung des Lehrbuches war für 1989 geplant, das fertige Manuskript wurde aber nie publiziert und ist leider verschollen.

Als Curriculum bezeichne ich in Bezug auf die ursprünglichen Bedeutung des Wortes in den siebziger Jahren in seiner vergegenständlichten Form ein abgestimmtes System aus Lehrplan bzw. Rahmenrichtlinie, Schulbüchern, Arbeitsheften u.a. Unterrichtsmitteln sowie einer Darstellung der projektierten Entwicklungsprozesse und der Möglichkeiten zu ihrer Gestaltung (Sill 2000). In der DDR handelte es in diesen Sinne um eine Curriculumentwicklung, wie man heute aus verschiedenen Gründen nicht mehr oder nur in Ansätzen vorfindet.

5. Rahmenbedingungen und Merkmale der mathematikdidaktischen Forschung in der DDR

Wissenschaftlichkeit des Unterrichts als zentrales Prinzip

Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts wurden wesentlich durch das Prinzip der Wissenschaftlichkeit bestimmt. So wurden etwa in allen Klassenstufen stets die Fachtermini verwendet, wie z. B. Variable und nicht Platzhalter, Exponent und nicht Hochzahl, Kommutativgesetz und nicht Vertauschungsgesetz, Zentriwinkel und nicht Mittelpunktswinkel. Der Geometrieunterricht wurde streng abbildungsgeometrisch aufgebaut, der Funktionsbegriff mengentheoretisch eingeführt. Die Mitarbeiter des Instituts für Schulmathematik hatten bis in die dritte Phase der Curriculumentwicklung einen wesentlichen Einfluss auf die Schullehrbücher. Eine Folge dieses Prinzips war, dass den Fähigkeiten im Definieren, Beweisen und im logischen Denken großer Aufmerksamkeit geschenkt wurde, so dass zu diesen Fragen einer Reihe von Forschungsergebnissen und sogar auch Buchpublikationen vorliegen. In Lehrplänen und Lehrbüchern waren zahlreiche Beweise gefordert bzw. enthalten. So wurden etwa im Stoffgebiet Ähnlichkeit im Lehrbuch der Klasse 8 zwei Strahlensätze ihre Umkehrung, Eigenschaften der zentrischen Streckung und der Hauptähnlichkeitssatz bewiesen und es waren zahlreiche weitere Beweisaufgaben enthalten.

Hoher Grad der Koordinierung der Forschung

Die ZSKM enthielt u.a. eine Arbeitsgruppe Forschungs koordinierung, aus der 1971 nach Auflösen der ZSKM und Gründung der APW die „Forschungsgruppe“ (später Forschungsgemeinschaft) Mathematik und Mitte der 80er Jahre ein „Wissenschaftliche Rat“ (WR) hervorging. Den genannten Gremien (am Anfang etwa 20, zuletzt etwa 40 Personen umfassend) gehörten von Anfang an die Leiter der Mathematikmethodik-Bereiche aller Universitäten und pädagogischen Hochschulen an. Diese Gremien trafen sich in der Regel 5-6mal im Jahr für je einen Tag, woraus rd. 100 Zusammenkünfte resultierten, die in ca. 500 Materialien dokumentiert sind. Die Zusammenkünfte im WR wurden genutzt, um

- über generelle schulpolitische Entwicklungen und Materialien zu informieren;
- Grundrichtungen und Konzepte der weiteren Forschungsarbeit zu beraten;
- Entwürfe zu Lehrplänen und andere Forschungsergebnisse der einzelnen Methodikbereiche, Weiterbildungsprogramme, Veröffentlichungspläne der Verlagsabteilung u. a. zu diskutieren,

- gemeinsame Materialien (insbesondere das Lehrbuch „Methodik des Mathematikunterrichts“ oder Veranstaltungen (wie z. B. die jährlichen Doktorandenkolloquien) vorzubereiten.

Anfang der achtziger Jahre wurden Arbeitsgruppen des WR zu folgenden Themen gebildet: Geometrieunterricht, Arithmetikunterricht, Mathematikunterricht in der Unterstufe, Stochastik, Informatik, Erziehung im Mathematikunterricht und zu Spezialschulen. Geplant waren noch eine AG zur Abiturstufe und zur Theorie der Mathematikmethodik. Die Arbeitsgruppen wurden von Vertretern einer Einrichtung in Abstimmung mit der APW geleitet. So war die Humboldt-Universität Berlin für die Arbeitsgruppe Geometrie zuständig. Die Ergebnisse der Beratungen der Arbeitsgruppen sind in der Regel nur in internen Papieren enthalten. Eine Ausnahme bildet die AG Geometrie, die Ergebnisse von zwei wissenschaftlichen Tagungen (1983 und 1987) in Tagungsbänden publizierte.

Hoher Stellenwert und Anteil von Arbeiten zur Curriculumforschung

DDR-Didaktiker waren in alle LP-Entwicklungen eingebunden. Die zentrale Koordinierung und Hauptverantwortung lag in den Händen der Abt. Mathematik der APW. Alle Pläne wurden auf den Beratungen des WR vorgestellt und diskutiert.

Die Entwicklung und Evaluierung von LB lag in Verantwortung einzelner Didaktikbereiche. So wurden die Arbeiten an den Lehrbüchern der Klassen 5, 6 und 8 von der Humboldt-Universität Berlin verantwortlich geleitet. Für die Klassen 7 und 10 waren die Uni und die PH in Halle und für die Klasse 9 die Uni in Leipzig verantwortlich.

Trotz der erfolgten Absprachen und Koordinierungsbemühungen führte diese Aufteilung doch zu zahlreichen Brüchen in dem Lehrwerk, die insbesondere durchgängige Entwicklungsprozesse betrafen. Dazu gehören u.a. die heuristischen Orientierungen zum Lösen von Sachaufgaben und auch die langfristige Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens.

Zu allen Lehrbüchern wurden Unterrichtshilfen entwickelt, die konkrete Vorschläge zur Stoffverteilung, zu fachdidaktischen Fragen und zur Gestaltung einzelner Unterrichtsstunden bzw. Stoffkomplexe enthielten. Die Unterrichtshilfen für die Klassen 5 bis 10 wurden an der TU Dresden entwickelt und erprobt.

Es gab groß angelegte Forschungsprojekte zur Erprobung und Evaluierung von curricularen Materialien. So gab es einen Großversuch zur Einführung des Taschenrechners.

Schulpraxis als Ausgangspunkt und Ziel fast aller Forschungsarbeiten

Neben den unmittelbar auf die schulische Praxis ausgerichteten Forschungsarbeiten zum Curriculum war auch die Mehrzahl der sonstigen Forschungsprojekte, insbesondere die wissenschaftlichen Qualifizierungsarbeiten eng mit der Schulpraxis verbunden. Ausgangspunkt eines Dissertationsvorhabens waren in der Regel empirische Befunde aus der Schulpraxis. In der Mehrzahl der Arbeiten wurden dann Vorschläge für Unterrichtsprozesse im obligatorischen oder fakultativen Unterricht bzw. für die Arbeit mit mathematisch besonders befähigten Schülern entwickelt und erprobt und am Ende wurden Schlussfolgerungen für die Unterrichtspraxis abgeleitet.

Verpflichtende Weiterbildung aller Lehrkräfte durch Fachwissenschaftler und Didaktiker

Der Begriff Weiterbildung in der DDR entspricht dem aktuellen Begriff Fortbildung. Ab dem Schuljahr 1969/70 war Fortbildung für alle Lehrer verbindlich. Im Laufe von 4-5 Jahren musste ein Pflichtprogramm von 100 h in den Ferien absolviert werden. Dazu gab es ein Kurssystem, das alle vier bis fünf Jahre wechselte. In dem ersten Kurs von 1973-1977 dominierten fachwissenschaftliche Themen, darunter Darstellende Geometrie und geometrische Abbildungen. In den folgenden Kursen erhöhte sich der Anteil didaktischer Themen auf etwa 2/3. Im letzten Kurssystem ab dem Schuljahr 1987/88 gab es drei Kurse zur Auswahl, darunter einen zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Die wichtigste Quelle zu schulinternen Fortbildung von Mathematiklehrkräften war die Zeitschrift „Mathematik in der Schule“. Sie wurde von schätzungsweise 90% der Mathematiklehrer abonniert, meist regelmäßig in den Fachzirkeln der Schulen ausgewertet und war Grundlage für die Arbeit der

Fachkommissionen. Sie enthielt alle für die Mathematiklehrer wichtigen Informationen (Lehrplanentwicklungen, Rezensionen, Auswertungen der zentralen Prüfungen u.a.m.). Sie war damit quasi ein zentrales Mitteilungsblatt für alle Mathematiklehrer. Es war allerdings kaum möglich, Artikel mit Vorschlägen zu veröffentlichen, die von dem aktuellen Lehrplan abwichen. Das Hauptargument der dabei sehr rigide vorgehenden Redaktion war, dass man die Lehrer nicht verwirren wollte.

Einheitliche weltanschauliche und erkenntnistheoretische Grundlagen

Als weltanschauliche Grundlage wurde der Marxismus/Leninismus (ML) deklariert. Ohne hier näher darauf eingehen zu können sei bemerkt, dass es sich in der Realität bei wesentlichen Fragen weder um Marxismus noch (zum Glück) um Leninismus handelte. Der Kern des Marxismus ist die Anerkennung der objektiven Dialektik aller Dinge und Erscheinungen, das heißt die Anerkennung der gleichzeitigen Existenz einander logisch ausschließender Entitäten als notwendige Bedingung für Entwicklungsprozesse. Diese Grundidee wurde weder bei der Gestaltung des politischen und wirtschaftlichen Systems noch des Mathematikunterrichts beachtet. Mit den Auffassungen Piaget' zu Lernen als Wechselverhältnis von Akkommodation und Assimilation und von Bruner zum Wechselverhältnis der Darstellungsebenen werden Ansätze der Grundidee auf das Lernen übertragen. Mit den in der DDR dominierenden lernpsychologischen Grundlagen von Galperin und Lompscher wird das Lernen eher als ein mechanistischer Vorgang aufgefasst. Die Diskussion und Ausweisung weltanschaulicher und erkenntnistheoretischer Grundlagen sind aus meiner Sicht eine wichtige Voraussetzung für fachdidaktische Forschungen und für das Verständnis ihrer Ergebnisse.

6. Ergebnisse didaktischer Forschungen in der DDR zum Geometrieunterricht

Die konzeptionellen Grundlagen des Geometrieunterrichts wurden vor allem an der Humboldt-Universität Berlin (HUB) und insbesondere im Institut für Schulmathematik entwickelt. Hauptvertreter waren Brigitte Frank, Manfred Dennert und Günter Lorenz von der HUB sowie der Mathematiker Benno Klotzek von der PH Potsdam. Sie hatten dann auch wesentlichen Einfluss auf entsprechende Lehrplan- und Lehrbuchinhalte. Die Grundkonzeption entstand Ende der fünfziger Jahre wurde bis in die dritte Phase der Curriculumentwicklung in wesentlichen Punkten beibehalten. Dazu gehörten u. a. die Orientierung an einem Axiomensystem zur Euklidischen Geometrie, der abbildungsgeometrische Aufbau des Geometrielehrganges und die exakte Definition fast aller verwendeten Begriffe. In der letzten Generation des Curriculums wurden lediglich einige theoretische Überhöhungen zurückgenommen und das teilweise sehr hohe fachliche Niveau reduziert.

Im Folgenden werden ausgewählte Ergebnisse vorgestellt und kommentiert. Auf ausführliche Bezüge zu wissenschaftliche Arbeiten außerhalb der DDR wird aus Umfangsgründen verzichtet.

Ich werde in einigen Fällen meine weiterführenden Überlegungen zur Diskussion stellen.

6.1. Publikationen und Tagungen

Es gibt nur vier fachdidaktische Monographien zum Mathematikunterricht. Anfang der siebziger Jahre erschienen die Bücher zum Definieren (Fuhrmann 1973), zum Beweisen (Walsch 1972) und zum logischen Denken (Bock und Walsch 1975), in denen Beispiele aus dem Geometrieunterricht eine wichtige Rolle spielten. Eine vierte Monographie behandelt die Methodik der Darstellenden Geometrie (Gimpel 1973).

In der Reihe „Beiträge zum Mathematikunterricht“ erschienen 8 Titel, von denen keiner fachdidaktische Probleme des Geometrieunterrichts behandelte.

Von den 20 fachwissenschaftlichen Publikationen in der Reihe „Mathematik für Lehrer“ befassten sich nur vier mit geometrischen Problemen (Böhme et al. 1974, 1975; Schröder 1974; Klotzek und Quaisser 1978). Für die Grundschullehrerausbildung gab es ein spezielles Fachbuch zur Geometrie mit methodischen Hinweise zur Unterrichtsgestaltung (Starke und Türke 1972, 1977)

Noch geringer war der Anteil von Dissertationen A und B zum Geometrieunterricht. Von den 269 bisher in Madipedia erfassten Dissertationen A beschäftigen sich nur 18 und von den 43 von mir zusammengestellten Dissertationen B nur vier mit Problemen des Geometrieunterrichts. Die Liste die-

ser Arbeiten ist im Anhang enthalten. Auch in der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ gibt es verhältnismäßig wenige Artikel zum Geometrieunterricht. Eine genaue Analyse liegt mir nicht vor.

Dieser geringe Anteil von Arbeiten ist erstaunlich, da in den Klassen 1-4 etwa ein Sechstel und in den Klassen 5-10 etwa ein Drittel der Unterrichtszeit für geometrische Themen verwendet wurde. Eine der Ursachen könnte die Dominanz und Sanktionierung stoffbezogener Denkweisen sein sowie die geringen Möglichkeiten zu den eigentlich notwendigen grundlegenden Veränderungen des Geometrielehrgangs.

Es fanden insgesamt vier Kolloquien zum Geometrieunterricht statt, 1968 in Berlin, 1981 in Potsdam 1983 in Egsdorf bei Berlin (Humboldt-Univ. Berlin 1984) und 1987 in Wendisch-Rietz bei Berlin (Frank 1988b). Einen Überblick über Hauptinhalte und Ergebnisse der ersten drei Kolloquien gibt Frank auf dem vierten Kolloquium (Frank 1988a).

6.2. Zu allgemeinen Fragen des Geometrieunterrichts

Im Folgenden sollen einige Beispiele für die stoffbezogene Denkweise bei der Diskussion allgemeiner Fragen des Geometrieunterrichts angeführt werden. Auf die besondere Rolle, die der „mengentheoretischen Fundierung“ und dem damit verbundenen abbildungsgeometrischen Aufbau des Geometrieunterrichts beigemessen wurde, ist bereits Rembowski in ihrem Beitrag auf der AK-Tagung 2012 ausführlich eingegangen (Rembowski 2013).

In einem Grundsatzbeitrag stellt Frank (1974), die Leiterin der Forschungsgruppe des Bereichs Schulmathematik und Methodik des Mathematikunterrichts an der HUB u. a. folgendes fest. „Bei der Konzipierung des Geometrielehrgangs der allgemeinbildenden Schule können und sollten folgende Gesichtspunkte berücksichtigt werden:

- a) Entwicklung eines auf eine Theorie für die euklidische Geometrie bezogenen einheitlichen Begriffssystems, wobei das anfänglich fast ausschließliche experimentelle Herangehen (Verwenden der Anschauung) an die Begriffsbildung über die Schulung des Abstraktionsvermögens der Schüler allmählich durch das Definieren der noch einzuführenden Begriffe abgelöst wird.
- b) Erarbeiten eines der zugrunde gelegte Theorie entsprechenden Systems von Aussagen, wobei auch hier das Begründen durch Berufung auf die Anschaulichkeit des jeweiligen Sachverhalts allmählich durch Schulung des Abstraktionsvermögens und der Fertigkeiten im logischen Schließen fast gänzlich verdrängt wird.“ (s. 479 f.)

Frau Frank stellt dann im Weiteren Überlegungen an, wie der Geometrieunterrichts noch stärker mit dem übrigen Unterricht verbunden werden kann, indem zum Beispiel bei der Arbeit mit Tabellen und Funktionen Bezüge zu geometrischen Abbildungen hergestellt werden sowie Relationen und Operationen in verschiedenen Gebieten in Beziehung gesetzt werden. Zur Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts schlägt sie unter anderem vor, auch andere Axiomensysteme wie etwa das von Schur in Betracht zu ziehen (das dann im anschließenden Artikel von Dennert ausführlich vorgestellt wird) oder die Spiegelung vor der Verschiebung zu behandeln, damit sich die Schüler schneller von den anschaulichen Vorstellung einer mechanischen Bewegung lösen können.

Es gab durchaus kritische Nachfragen an das Gesamtkonzept von verantwortlicher Stelle. So warf auf der Tagung in Egsdorf 1983 der Leiter der Abteilung Mathematik der APW, Karlheinz Weber, die Frage auf, ob die abbildungsgeometrische Fundierung des Lehrganges weiterhin als eine angemessene und Orientierung anzusehen ist und ob eine Hintergrundaxiomatik erforderlich ist.

Dennert und Lorenz (1984) beschäftigen sich ausführlich mit der Behandlung der Begriffe Kongruenz und Ähnlichkeit und den äußerte Kritiken zum abbildungsgeometrischen Vorgehen. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass die Kongruenzrelation zwar als „deckungsgleich“ eingeführt werden sollte und auch die Ähnlichkeitsrelationen durch das Arbeiten mit maßstäblichen Vergrößerungen und Verkleinerungen vorzubereiten ist, aber eine Behandlung der Abbildungen weiterhin erforderlich sei. Als Begründung führen sie unter anderem an, dass der Begriff „deckungsgleich“ nicht mathematisch erklärt werden kann man damit bei der Kongruenz räumlicher Figuren auf Schwierigkeiten stößt (S.

98). Die Einführung der Ähnlichkeitsabbildung halten sie für erforderlich, um undefinierte und fragwürdige Begriffe wie „entsprechend“ oder „gleichliegend“ zu vermeiden.

Auch 1987 ist Frau Frank trotz der kritischen Hinweise und einiger, wenn auch zaghafter Beschwerden aus der Schulpraxis noch der festen Meinung, dass „Wissen über geometrische Abbildungen, über einige ihrer Eigenschaften und den Zusammenhang zwischen den geometrischen Abbildungen und der Kongruenz- bzw. Ähnlichkeitsrelation für beliebige Figuren (auch im Raum) zur Allgemeinbildung gehört, ...“ (Frank 1988a, S. 14). Interessanterweise ändert sie ihre Meinung und schlägt 1990 vor, die Ähnlichkeit zweier Figuren über den Begriff „maßstäbliche Darstellung“ zu definieren (Frank 1990).

Aus den knapp skizzierten historischen Tatsachen kann man aus meiner Sicht zwei Schlussfolgerungen ziehen, die für die heutige Zeit von Bedeutung sind.

1. Bei Mathematikern und Didaktikern, die aus der Mathematik kommen, sind stoffbezogene Denkweisen tief verwurzelt. Nur wenige können sich davon lösen und die komplementäre Sicht auf die Entwicklung psychischer Dispositionen bei Lernenden einnehmen.
2. Die Ergebnisse von Bewährungsanalysen von Unterrichtsmaterial sind kein hinreichendes Kriterium für die Bewertung dieser Materialien. Es lässt sich im Unterricht vieles realisieren, auch wenn es nicht sinnvoll oder gar notwendig ist. In meinen Lehrbuchanalysen in den neunziger Jahren bin ich auf viele didaktische Unzulänglichkeiten und sogar fachliche Fehler gestoßen.

Viele der Darlegungen in den Schriften aus der DDR zu generellen Problemen des Geometrieunterrichts lassen sich als didaktisch orientierte Sachanalysen ansehen, die in den Anfängen der Entwicklung der Mathematikdidaktik in der BRD ebenfalls eine zentrale und bestimmende Rolle spielten (Burscheid 2003, S. 149). Sie sind aus meiner Sicht auch heute eine durchaus notwendige aber keinesfalls hinreichende Grundlage für Entscheidungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts. So diskutieren Dennert und Lorenz (1982) in einem Zeitschriftenartikel folgende Fragen, zu denen sie Lösungsvorschläge unterbreiten, die auch heute noch von Interesse sind.

- Sollen für eine Strecke und deren Länge unterschiedliche Bezeichnungen verwendet werden?
- Welche besonderen Symbole für Strecken, Strahlen, Geraden, Dreiecke u. a. sollten benutzt werden?
- Sollte bei Relationen vorzugsweise oder gar immer der Relationscharakter durch Hinzufügen wie „einander“ deutlich gemacht werden?
- Wie steht es mit der Verwendung des unbestimmten und bestimmten Artikels und anderen sprachlogischen Fragen?

Einen ganz anderen Zugang zu allgemeinen Fragen des Geometrieunterrichts als die Kollegen an der Humboldt-Universität in Berlin haben Didaktiker an der PH Potsdam entwickelt. In der Tradition der dortigen Auffassungen zu theoretischen Grundfragen der Mathematikdidaktik haben sie das Arbeiten mit Aufgaben zur Entwicklung von Kenntnissen und Fähigkeiten in den Mittelpunkt gerückt (Müller 1984, s. auch die Dissertationen von Müller, Zahn und Brückner im Anhang).

6.3. Zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens

Obwohl in Publikationen zu grundsätzlichen Fragen die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens stets als ein wichtiges Ziel des Geometrieunterrichts genannt wird, gab es dazu im Lehrplan in den Lehrbüchern kein durchgängiges Konzept. Während in den Klassen 1-4 ein vielfältiges Aufgabenmaterial eingesetzt wurde, gab es in den Klassen 5-10 nur sehr vereinzelt und teilweise keine entsprechenden Inhalte. Eine Ausnahme bildet das Stoffgebiet Darstellende Geometrie in der Klasse 7. In diesem Stoffgebiet wurden Elemente der Darstellenden Geometrie wie Projektionsarten, Ein- und Zweitafelbilder, Schrägbilder, wahre Größe von Figuren sowie Lagebeziehungen im Raum behandelt. Solche Themen waren in keinem Plan der alten Bundesländer enthalten war und sind es heute auch nicht. Ich vermute, dass es zwei Überlegungen gab, diese Inhalte in den DDR-Lehrplan aufzunehmen. Um das als richtig erkannte räumliche Vorstellungsvermögen im Sinne einer stoffbezogenen Denkweise an mathematische Inhalte zu koppeln, schien das Thema Darstellende Geometrie besonders

geeignet zu sein. Auch ein Bezug zur Kleinschen Reform ist denkbar, bei der neben der Erziehung zum funktionalen Denken die Stärkung des räumlichen Anschauungsvermögens ein zentrales Ziel war und sowohl mit einem abbildungsgeometrischen Aufbau und Elementen der Darstellenden Geometrie verbunden wurde, die im 19. Jahrhundert ein eigenes Schulfach war.

Die Erwartungen an den Beitrag des Stoffgebietes Darstellende Geometrie zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens haben sich nicht erfüllt, wie z. B. Goldberg (1989) im Ergebnis ihrer Befragungen von Lehrkräften der Sekundarstufe I feststellt. Es steht das Trainieren von Standardaufgaben im Vordergrund, die durch Anwendung von auswendig gelernten Verfahren gelöst werden. Auf die Fundierung dieser Konstruktionsverfahren durch räumliche Vorstellungen wird wenig Wert gelegt. Sie stellte weiterhin fest, dass im gesamten Mathematikunterricht von einem Teil der Lehrer kaum oder gar nicht an der Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens gearbeitet wird (S. 495).

Die vorrangig algorithmische Ausrichtung des Stoffgebiets Darstellende Geometrie ist bereits in der Konzeption des Lehrbuches, den Hinweisen in der Unterricht und dem Lehrbuch von Gimpel zu Methodik der Darstellenden Geometrie (Gimpel 1973) angelegt. Gimpel äußert sich lediglich auf sechs der 222 Seiten zu Problemen der Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens ohne konkrete Faktoren oder Aufgabentypen anzugeben.

Die von Goldberg festgestellten Ergebnisse waren durchaus vielen Didaktikern bereits vorher bekannt. Grundlegende Änderungen des Lehrplans im Hinblick auf eine kontinuierliche Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens wurden aber von keinem vorgeschlagen. Neben der Tatsache, dass grundlegende Veränderungen an Plänen von zentraler Stelle nicht gewollt waren, gab es aber auch kein didaktisches Konzept für diesen Entwicklungsprozess. Wie aus den Vorträgen von Maresch und Gaab auf der 31. Herbsttagung des AK Geometrie 2014 hervorgeht, hat sich die Situation bis heute wenig geändert. Es findet weiterhin keine systematische Entwicklung im Unterricht statt und es gibt dafür kein elaboriertes didaktisches Konzept.

In der DDR wurden als eine Reaktion auf die genannten beiden Tatsachen eine Reihe von Vorschlägen zur Förderung des Raumvorstellungsvermögens in verschiedenen Themengebieten auch außerhalb der Geometrie unterbreitet (Bruchhold 1988, Kimel 1988, Gimpel 1984, Geise 1982). Vor allem der Berliner Didaktiker Kurt Ilgner hat sich diesen Problemen gewidmet (1974, 1978, 1984, 1982). Mit seinen Schulversuchen in den Klassen 2 und 3 in den siebziger Jahren hat er die Aufnahme von zahlreichen Aufgaben zur Raumvorstellung in den Grundschullehrbüchern beeinflusst. Durch seinen unerwarteten Tod im Jahre 1984 konnte er viele seiner Projekte nicht beenden, so auch ein Konzept für die langfristige Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens (Frank und Siury 1986).

Maier hat in seiner bemerkenswerte Dissertation (1994, 1999) Anregungen aus der DDR Literatur, insbesondere die Arbeiten von Ilgner aufgenommen. In Auswertung der relevanten psychologischen Literatur hat er einen Vorschlag für ein System von Faktoren des räumlichen Vorstellungsvermögens unterbreitet (1999, S. 52), dass eine gute Grundlage für weitere Arbeiten ist und z. B. von Maresch im Projekt GeodiKon verwendet wird (Maresch 2015). Maier hat interessante Vorschläge für Realschullehrpläne in Baden-Württemberg unterbreitet. Goldberg (1989) schlägt 12 Aufgabentypen zur Entwicklung der Raumvorstellung vor, davon vier zur ebenen Geometrie.

Ausgehend von diesen Vorschlägen habe ich zusammen mit Lehrerinnen und Lehrern in MV das System der Faktoren des räumlichen Vorstellungsvermögens von Maier im Hinblick auf den Unterricht angepasst. Wir legen unseren Vorschlägen folgenden 6 Komponenten zugrunde:

- K 1:** Lesen und Anfertigen von räumlichen Darstellungen
- K 2:** Lesen und Herstellen von Ansichten
- K 3:** Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen
- K 4:** Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern
- K 5:** Erkennen und Herstellen von Rotationen
- K 6:** Räumliche Orientierung

Für diese Komponenten haben wir Mindestanforderungen bestimmt, die wir Sicheres Wissen und Können nennen, und entsprechende Musteraufgaben entwickelt. Die Mindestanforderungen für K2 lauten z. B.:

Die Schüler können sicher

- zu einer gegebenen räumlichen Darstellung eines Körpers seine Ansicht von oben, von vorn oder von einer Seite identifizieren, vervollständigen, skizzieren oder zeichnen,
- Ansichten von zwei zusammengesetzten Quadern skizzieren,
- eine zweite Ansicht zu einer gegebenen Ansicht eines elementaren Körpers skizzieren.

Auf der Grundlage der Aufgaben haben wir ein Konzept zur systematischen Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Kl. 5 bis 10 entwickelt. Die Aufgabenbroschüre und das Konzept können von der Seite www.mathe-mv.de herunter geladen werden.

Die Dissertation von Thamm (1977) zum räumliche Vorstellungsvermögen, die in dem Buch von Mayer nicht berücksichtigt wurde, enthält eine Reihe interessanter Ansätze, die im Vortrag vorgestellt werden.

6.4. Zum Lösen geometrischer Konstruktionsaufgaben

Es gibt zahlreiche Publikationen zur Behandlung geometrischer Konstruktionsaufgaben im Unterricht, die für heutige Forschungen und Entwicklungen von Interesse sind, z.B. (Wienke 1973), (Wienke und Sill 1981b, 1981a), (Pietzsch 1982), (Dennert und Ilgner 1982), (Lemnitzer 1985), (Dennert 1987), (Lehmann und Scheler 1988), (Scheler 1988) (Lorenz 1988), . Es wurden in den Arbeiten u. a. folgende Fragen diskutiert.

- Welche Ziele sollten mit der Behandlung geometrischer Konstruktionsaufgaben verfolgt werden?
- Welche Aufgabentypen sollten ausgewählt werden?
- Wie solle die Aufgabenstellung bei Konstruktionsaufgaben formuliert werden?
- Welche Zeichenfertigkeiten sollten ausgebildet werden?
- Welche Zeichengeräte sollte zugelassen werden und wie sollten mit diesen bestimmte Konstruktionen ausgeführt werden?
- Zu welchen Konstruktionsaufgaben sollten Fertigkeiten entwickelt werden und welche sollten als Problemaufgaben behandelt werden?
- Wie können Schüler zum selbstständigen Finden eines Konstruktionsweges befähigt werden?
- Wie sollten Konstruktionsbeschreibungen formuliert werden?
- Welche Leistungen im Beschreiben von Konstruktionen sind erstrebenswert und wie können wir die Schüler dazu befähigen?
- Welche Bedeutung kommt den Überlegungen zur Lösbarkeit bzw. zur Anzahl der Lösungen zu?

Im Vortrag wird auf die Dissertation von Wienke (1973) näher eingegangen. Er hat sich umfassend mit den Problemen von Konstruktionsaufgaben beschäftigt, ein System heuristischer Orientierungen zum Lösen dieser Aufgaben entwickelt, dass für fast alle relevante Aufgaben anwendbar ist, und dieses empirisch erprobt.

Literaturverzeichnis

Akademie der Pädagogischen Wissenschaften der DDR, Institut für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Wissenschaftlicher Rat "Methodik des Mathematikunterrichts (1989): Programm für die Disziplin- und Kaderentwicklung im Bereich Methodik des Mathematikunterrichts. Dienstsache. Berlin.

Bock, Hans; Walsch, Werner (Hg.) (1975): Zum logischen Denken im Mathematikunterricht. Berlin: Volk und Wissen.

Böhm, Johannes; Börner, W.; Hertel, E.; Krötenheerdt, O.; Mögling, W.; Stammler, L. (1974): Geometrie I. Axiomatischer Aufbau der Euklidischen Geometrie. Berlin: Dt. Verl. der Wiss.

Böhm, Johannes; Börner, W.; Hertel, E.; Krötenheerdt, O.; Mögling, W.; Stammler, L. (1975): Geometrie II. Analytische Darstellung der euklidischen Geometrie, Abbildungen als Ordnungsprinzip in der Geometrie, geometrische Konstruktionen. Berlin: Dt. Verl. der Wiss.

Borneleit, Peter (2003): Lehrplan und Lehrplanerarbeitung, Schulbuchentwicklung und -verwendung in der DDR. In: *ZDM* 35 (4), S. 134–145.

Borneleit, Peter (2006): Zur Etablierung der Methodik des Mathematikunterrichts an Universitäten und Hochschulen in der Sowjetischen Besatzungszone (SBZ) 1946-49. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6. 3. bis 10. 3. 2006 in Osnabrück. Hildesheim und Berlin: Verlag Franzbecker, S. 139–142.

Borneleit, Peter (2016): Zur Geschichte der Methodik des Mathematikunterrichts in der SBZ und der DDR. Bemerkungen zu den Ausführungen von Hans-Dieter Sill und Gert Schubring. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (101), S. 27–31.

Bruchhold, Horst (1988): Zu Problemen der Entwicklung eines Raumvorstellungsvermögens im Geometrieunterricht. In: Brigitte Frank (Hg.): Preprint Nr. 172. Neue Folge. Zu Fragen des Geometrieunterrichts der allgemeinbildenden Schule. Wendisch-Rietz, 3. bis 5. November 1987. Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Mathematik. Berlin, S. 30–38.

Bruder, Regina; Hefendehl-Hebeker, Lisa; Schmidt-Thieme, Barbara; Weigand, Hans-Georg (Hg.) (2015): Handbuch der Mathematikdidaktik. Aufl. 2015. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Burscheid, Hans Joachim (2003): Zur Entwicklung der Disziplin Mathematikdidaktik in den alten Bundesländern. In: *ZDM* 35 (4), S. 146–152.

Dennert, Manfred (1987): Zur Verwendung geometrischer Transformationen beim Lösen von Konstruktionsaufgaben im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule. In: *Wiss. Zeitschrift HUB, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe* 36 (9), S. 733–738.

Dennert, Manfred; Ilgner, Kurt (1982): Zum Zeichnen und Konstruieren im Mathematikunterricht unserer Oberschule. In: *Mathematik in der Schule* 20 (7/8), S. 537–556.

Dennert, Manfred; Lorenz, Günter (1982): Zu einigen Fragen der Terminologie und Symbolik im Geometrieunterricht unsere Schule. In: *Mathematik in der Schule* 20 (7/8), S. 606–622.

Dennert, Manfred; Lorenz, Günter (1984): Zur Behandlung von Kongruenz und Ähnlichkeit im Schulunterricht. In: Humboldt-Univ. Berlin (Hg.): Preprint Nr. 72. Neue Folge. Zu Fragen der Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Egsdorf, 17. u. 18. Oktober 1983. Berlin, S. 89–112.

Einsiedler, Wolfgang (2015): Geschichte der Grundschulpädagogik. Entwicklungen in Westdeutschland und in der DDR. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Frank, Brigitte (1974): Potenzen im Geometrielehrgang der allgemeinbildenden Schule - Möglichkeiten für seine Intensivierung und Weiterentwicklung. In: *Wiss. Zeitschrift HUB, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe* 23 (5), S. 479–485.

Frank, Brigitte (1988a): Eröffnungsvortrag zum Geometrie-Kolloquium. In: Brigitte Frank (Hg.): Preprint Nr. 172. Neue Folge. Zu Fragen des Geometrieunterrichts der allgemeinbildenden Schule. Wendisch-Rietz, 3. bis 5. November 1987. Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Mathematik. Berlin, S. 1–19.

Frank, Brigitte (Hg.) (1988b): Preprint Nr. 172. Neue Folge. Zu Fragen des Geometrieunterrichts der allgemeinbildenden Schule. Wendisch-Rietz, 3. bis 5. November 1987. Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Mathematik. Berlin.

Frank, Brigitte (1990): Das Stoffgebiet Ähnlichkeit - bleibt es ein Sorgenkind? In: *Mathematik in der Schule* 28 (7/8), S. 491–509.

- Frank, Brigitte; Siury, Edellinde (1986): Zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens bei Kindern - Ein Beitrag zum Gedenken an Dr. Kurt Ilgner. In: *Wiss. Zeitschrift HUB, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe* 35 (8), S. 761–765.
- Fuhrmann, Elisabeth (1973): Zum Definieren im Mathematikunterricht. Berlin: Volk und Wissen.
- Geise, Gerhard (1982): Zur Notwendigkeit und über Möglichkeiten, räumliches Vorstellungsvermögen auszubilden. In: *Mathematik in der Schule* 20 (7/8), S. 506–510.
- Gimpel, Manfred (1973): Zur Methodik der darstellenden Geometrie der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Berlin: Volk und Wissen.
- Gimpel, Manfred (1984): Räumliche Geometrie im Mathematikunterricht der polytechnischen Oberschule. In: Humboldt-Univ. Berlin (Hg.): Preprint Nr. 72. Neue Folge. Zu Fragen der Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Egsdorf, 17. u. 18. Oktober 1983. Berlin, S. 47–58.
- Goldberg, Elke (1989): Zum Stand des Raumvorstellungsvermögens in Klasse 7 und Möglichkeiten seiner Weiterentwicklung durch Arbeiten mit Aufgaben. In: *Mathematik in der Schule* 27 (7/8), S. 492–510.
- Henning, Herbert; Bender, Peter (Hg.) (2003): Didaktik der Mathematik in den alten Bundesländern – Methodik des Mathematikunterrichts in der DDR. Bericht über eine Doppeltagung zur gemeinsamen Aufbereitung einer getrennten Geschichte. Osnabrück, Magdeburg, 1996. Otto-von Guericke-Universität Magdeburg, Universität Paderborn. Magdeburg. Online verfügbar unter <http://www.math.uni-magdeburg.de/private/henning/tagung.htm>, zuletzt geprüft am 25.08.2017.
- Humboldt-Univ. Berlin (Hg.) (1984): Preprint Nr. 72. Neue Folge. Zu Fragen der Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Egsdorf, 17. u. 18. Oktober 1983. Berlin.
- Ilgner, Kurt (1974): Die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Klasse 1 bis 10. In: *Mathematik in der Schule* 12, S. 693–714.
- Ilgner, Kurt (1978): Gedanken zur Berücksichtigung der räumlichen Geometrie im Mathematikunterricht der polytechnischen Oberschule. In: *Wiss. Zeitschrift HUB, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe* 27 (1978), Heft 6 (6), S. 675–684.
- Ilgner, Kurt (1982): Anregungen für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens im Stereometrieunterricht. In: *Mathematik in der Schule* 20 (7/8), S. 490–505.
- Ilgner, Kurt (1984): Zur systematischen Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens im Mathematikunterricht. In: Humboldt-Univ. Berlin (Hg.): Preprint Nr. 72. Neue Folge. Zu Fragen der Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Egsdorf, 17. u. 18. Oktober 1983. Berlin, S. 26–46.
- Kimel, Karin (1988): Potenzen des gegenwärtigen Lehrplans Mathematik der Klasse 5 für die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens der Schüler. In: Brigitte Frank (Hg.): Preprint Nr. 172. Neue Folge. Zu Fragen des Geometrieunterrichts der allgemeinbildenden Schule. Wendisch-Rietz, 3. bis 5. November 1987. Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Mathematik. Berlin, S. 46–52.
- Klotzek, Benno; Quaisser, Erhard (1978): Nichteuklidische Geometrie. (Eine Einführung). Berlin: Dt. Verl. der Wiss.
- Lehmann, Hilda; Scheler, Klaus (1988): Zum Beschreiben geometrischer Konstruktionen im Mathematikunterricht der Klassen 5 und 6. In: *Mathematik in der Schule* 26 (2/3), S. 119–130.
- Lemnitzer, Karl (1985): Zur methodischen Behandlung geometrischer Konstruktionsaufgaben in Klasse 6. In: *Mathematik in der Schule* 23 (6), S. 412–422.

Lorenz, Günter (1988): Zum Konstruieren im Planimetrielehrgang. In: Brigitte Frank (Hg.): Preprint Nr. 172. Neue Folge. Zu Fragen des Geometrieunterrichts der allgemeinbildenden Schule. Wendisch-Rietz, 3. bis 5. November 1987. Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Mathematik. Berlin, S. 93–108.

Maier, Peter Herbert (1994): Räumliches Vorstellungsvermögen. Komponenten, geschlechtsspezifische Differenzen, Relevanz, Entwicklung und Realisierung in der Realschule. Zugl.: Freiburg (Breisgau), Pädag. Hochsch., Diss., 1994. Frankfurt am Main, Wien u.a.: Lang (Europäische Hochschulschriften : Reihe 6, Psychologie, 493).

Maier, Peter Herbert (1999): Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriß des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen ; mit didaktischen Hinweisen für den Unterricht. Zugl. Kurzfassung von: Freiburg (Breisgau), Pädag. Hochsch., Diss., 1994. 1. Aufl. Donauwörth: Auer.

Maresch, Günter (2015): Raumvorstellungsvermögen: Beiträge des Geometrieunterrichts und Genauigkeit der Richtungsanzeige. In: Andreas Filler und Anselm Lambert (Hg.): Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen Raumgeometrie. AK Geometrie 2014. Hildesheim und Berlin: Franzbecker, S. 3–32.

Müller, Horst (1984): Fähigkeitsentwicklung im Geometrieunterricht durch Aufgabenbearbeitung. In: Humboldt-Univ. Berlin (Hg.): Preprint Nr. 72. Neue Folge. Zu Fragen der Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts der zehnklassigen allgemeinbildenden Oberschule der DDR. Egsdorf, 17. u. 18. Oktober 1983. Berlin, S. 146–157.

Pietzsch, Günter (1982): Überlegungen zur Behandlung von Konstruktionsaufgaben. In: *Mathematik in der Schule* 20 (7/8), S. 520–536.

Politbüro des ZK der SED und Ministerrat der DDR (17.12.1962): Zur Verbesserung und weiteren Entwicklung des Mathematikunterrichts in den allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen der DDR. In: *Mathematik und Physik in der Schule* 10 (2), S. 141–150.

Reinmann, G. (2005): Innovation ohne Forschung? Ein Plädoyer für den Design-Based Research-Ansatz in der Lehr-Lernforschung. In: *Unterrichtswissenschaft* 33 (1), S. 52–69.

Rembowski, Verena (2013): Begriffsbildung – „Los von Euklid!“ und wieder zurück? In: Andreas Filler und Matthias Ludwig (Hg.): Wege zur Begriffsbildung für den Geometrieunterricht. Ziele und Visionen 2020. 29. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Saarbrücken, 14. bis 16. September 2012. Hildesheim und Berlin: Franzbecker, S. 3–62.

Scheler, Klaus (1988): Zum Beschreiben geometrischer Konstruktionen in den Klassen 4 bis 6. In: Sprachliche Tätigkeit der Schüler und intensives Lernen im Mathematikunterricht. 2. Kolloquium des WB Methodik. Leipzig, 21. April 1988. Karl-Marx-Universität Leipzig (Preprint, 4/88), S. 28–34.

Schröder, Eberhard (1974): Darstellende Geometrie. Berlin: Dt. Verl. der Wiss.

Schubring, Gert (2015): Ein historischer Blick auf die Stoffdidaktik. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (98).

Sill, Hans-Dieter (2000): Ziele und Methoden einer Curriculumforschung. In: Michael Neubrand (Hg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2000. Vorträge auf der 34. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28. Februar bis zum 3. März 2000 in Potsdam. Hildesheim: Franzbecker, S. 611–614.

Starke, Horst; Türke, Wolfram (1972): Fachtheoretische Grundlagen des Geometrieunterrichts und methodische Hinweise zur Unterrichtsgestaltung, Bd. 1. Berlin: Volk und Wissen.

Starke, Horst; Türke, Wolfram (1977): Fachtheoretische Grundlagen des Geometrieunterrichts und methodische Hinweise zur Unterrichtsgestaltung, Bd. 2. Berlin: Volk und Wissen.

Thamm, Horst (1977): Untersuchungen zur Entwicklung des Raumwahrnehmungs- und des Raumvorstellungsvermögens. theoretische Grundlagen für die Konzipierung eines Lehrgangs und zugehöriger Lehr- und Lernmaterialien zur planmäßigen Entwicklung dieser Fähigkeiten bei Schülern ab Klassen-

stufe 7 ; Ausarbeitung und Erprobung eines Orientierungsprogramms und einiger Nachfolgematerialien für außerunterrichtliche Zirkel. Dissertation. Pädagogische Hochschule Güstrow, Güstrow.

Walsch, Werner (1972): Zum Beweisen im Mathematikunterricht. Berlin: Volk und Wissen.

Walsch, Werner (2003): Methodik des Mathematikunterrichts als Lehr- und Wissenschaftsdisziplin. In: *ZDM* 35 (4), S. 153–156.

Walsch, Werner; Weber, Karlheinz (Hg.) (1975): Methodik des Mathematikunterrichts. Berlin: Volk und Wissen.

Wienke, Kurt (1973): Untersuchungen zur Arbeit mit heuristischen Regeln beim Lösen von Konstruktionsaufgaben. ein Beitrag für die außerunterrichtliche Tätigkeit in mathematischen Schülerzirkeln der Klassenstufen 7 und 8. Dissertation. Pädagogische Hochschule Güstrow, Güstrow.

Wienke, Kurt; Sill, Hans-Dieter (1981a): Zum Lösen von Konstruktionsaufgaben in Arbeitsgemeinschaften für Schüler der Klassen 6 - 8. In: *Mathematik in der Schule* 19 (7/8), S. 622–629.

Wienke, Kurt; Sill, Hans-Dieter (1981b): Zum Lösen von Konstruktionsaufgaben in Arbeitsgemeinschaften für Schüler der Klassen 6 - 8. In: *Mathematik in der Schule* 19 (7/8), S. 622–629.

Anhang

Dissertationen zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR in chronologischer Reihenfolge

Gimpel, Manfred (1967): Prinzipien zur methodischen Gestaltung eines Grundlehrganges in darstellender Geometrie an der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule auf der Grundlage einer fachmethodischen Analyse. Diss. Martin-Luther-Universität Halle, Phil. Fak.

Rudolf Bittner (1968): Ebene Bewegungen und ihre vorbereitende Behandlung in den unteren Klassen. Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin.

Helmut Almeroth (1972): Effektivität und Disponibilität eines Lehr- und Übungsprogramms zur Entwicklung der Fähigkeit des räumlichen Vorstellens für das Lesen technischer Zeichnungen. Dissertation, Universität Leipzig.

Kurt Wienke (1973): Untersuchungen zur Arbeit mit heuristischen Regeln beim Lösen von Konstruktionsaufgaben - Ein Beitrag für die außerunterrichtliche Tätigkeit in mathematischen Schülerzirkeln der Klassenstufen 7 und 8. Dissertation, Pädagogische Hochschule Güstrow.

Manfred Dennert (1975): Untersuchung einiger mathematischer Fragen zur weiteren Ausgestaltung des Geometrieunterrichts in den unteren Klassen der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule. Dissertation, Humboldt-Univ. Berlin, Math.-Naturwiss. Fak.,.

Horst Bruchhold (1977): Aspekte der Führung des Aneignungsprozesses beim Einsatz von Unterrichtsmitteln im Geometrieunterricht, dargestellt am Beispiel des Unterrichts in darstellender Geometrie. Dissertation, Pädagogische Hochschule Halle.

Horst Thamm (1977): Untersuchungen zur Entwicklung des Raumwahrnehmungs- und Raumvorstellungsvermögens : theoretische Grundlagen für die Konzipierung eines Lehrgangs und zugehöriger Lehr- und Lernmaterialien zur planmäßigen Entwicklung dieser Fähigkeiten bei Schülern ab Klassenstufe 7; Ausarbeitung und Erprobung eines Orientierungsprogramms und einiger Nachfolgematerialien für außerunterrichtliche Zirkel. Dissertation, Pädagogische Hochschule Güstrow.

Klaus Scheler (1977): Zum Wirksamwerden von Unterrichtsmitteln im Geometrieunterricht am Beispiel des Lehrplanabschnittes "4.2. Verschiebung" der Klasse 4. Dissertation, Pädagogische Hochschule Halle.

- Manfred Hörschelmann (1977): Über den Einfluss der transformatorischen Behandlung des Geometriestoffes auf die Entwicklung schöpferischer geistiger Tätigkeiten: untersucht am Beispiel des Beweisens in Klasse 6. Dissertation, Pädagogische Hochschule Erfurt-Mühlhausen.
- Salah Gabr (1978): Möglichkeiten zur Entwicklung von mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen planimetrischer Konstruktionsaufgaben und ihre Realisierung in den allgemeinbildenden Schulen der DDR. Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin.
- Gunter David (1980): Über die Erhöhung der Effektivität des Mathematikunterrichts beim Lösen von Beweisaufgaben: untersucht am Beispiel des Geometrieunterrichts der Klasse 6. Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität Jena.
- Reiner Zipfel (1981): Untersuchungen zur Behandlung der elementaren Bewegungen im Geometrieunterricht der Klassen 4 und 5 in der Reihenfolge Spiegelung, Verschiebung, Drehung. Dissertation, Pädagogische Hochschule Halle.
- Klaus-Dieter Niemann (1982): Zum Einsatz von Unterrichtsmitteln bei der Behandlung geometrischer Konstruktionsaufgaben im Geometrieunterricht. Dissertation, Pädagogische Hochschule Halle.
- Uwe Sonnemann (1984): Untersuchungen zum vektoriellen Arbeiten im Rahmen der perspektivischen Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts in der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule der DDR. Dissertation, Pädagogische Hochschule Potsdam.
- Gerhard Zahn (1985): Untersuchungen zu Zielen und Inhalten sowie zur methodischen Behandlung von Elementen der räumlichen Geometrie im Rahmen einer perspektivischen Weiterentwicklung des Geometrielehrganges. Dissertation, Pädagogische Hochschule Potsdam.
- Axel Brückner (1986): Untersuchungen zur Realisierung des aufgabentheoretischen L-S-A-Modells in einem Teilbereich des Geometrielehrgangs. Dissertation, Pädagogische Hochschule Potsdam.
- Andreas Koch (1988): Untersuchungen zum Aufbau der Ähnlichkeitsgeometrie und Schlußfolgerungen daraus für die Arbeit mit Schülern. Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg.
- Elstermann, Ronald (1992): Konzept zur instrumentalen Nutzung spezieller Kongruenzzuordnungen in der Sekundarstufe I. Diss. Humboldt-Univ. Berlin.

Dissertationen B zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR in chronologischer Reihenfolge

- Helmut König (1973): Heuristik beim Lösen geometrischer Probleme. Theoretische und empirische Untersuchungen unter besonderer Berücksichtigung der Arbeit in Seminaren mit Mathematik-lehrerstudenten und in mathematischen Arbeitsgemeinschaften mit Schülern. Dissertation B, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg.
- Wolfram Türke (1980): Über die Arbeit mit geometrischen Begriffen in den unteren Klassen der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule: ein Beitrag zu einer konzeptionellen Entwicklung eines Lehrplanes und weiterer Unterrichtsmaterialien in Geometrie. Dissertation B, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. (M)
- Horst Müller (1984): Untersuchungen zur perspektivischen Entwicklung des Geometrieunterrichts in der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule der Deutschen Demokratischen Republik. Dissertation B, Pädagogische Hochschule Potsdam, Pädag.-psycholog. Fak.
- Gunter David (1986): Zur Bestimmung des Schwierigkeitsgrades geometrischer Beweisaufgaben auf der Grundlage einer objektiven Anforderungsstruktur. Dissertation B, Friedrich-Schiller-Universität Jena