

# ***Geometrieunterricht konkret – Argumentieren und Beweisen***



27. Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Geometrie  
12. bis 14. September 2008  
in  
**Saarbrücken**

**Örtlicher Tagungsleiter: Anselm Lambert**



Die Tagung wird finanziell unterstützt von:



## Die Tagungshaussadresse

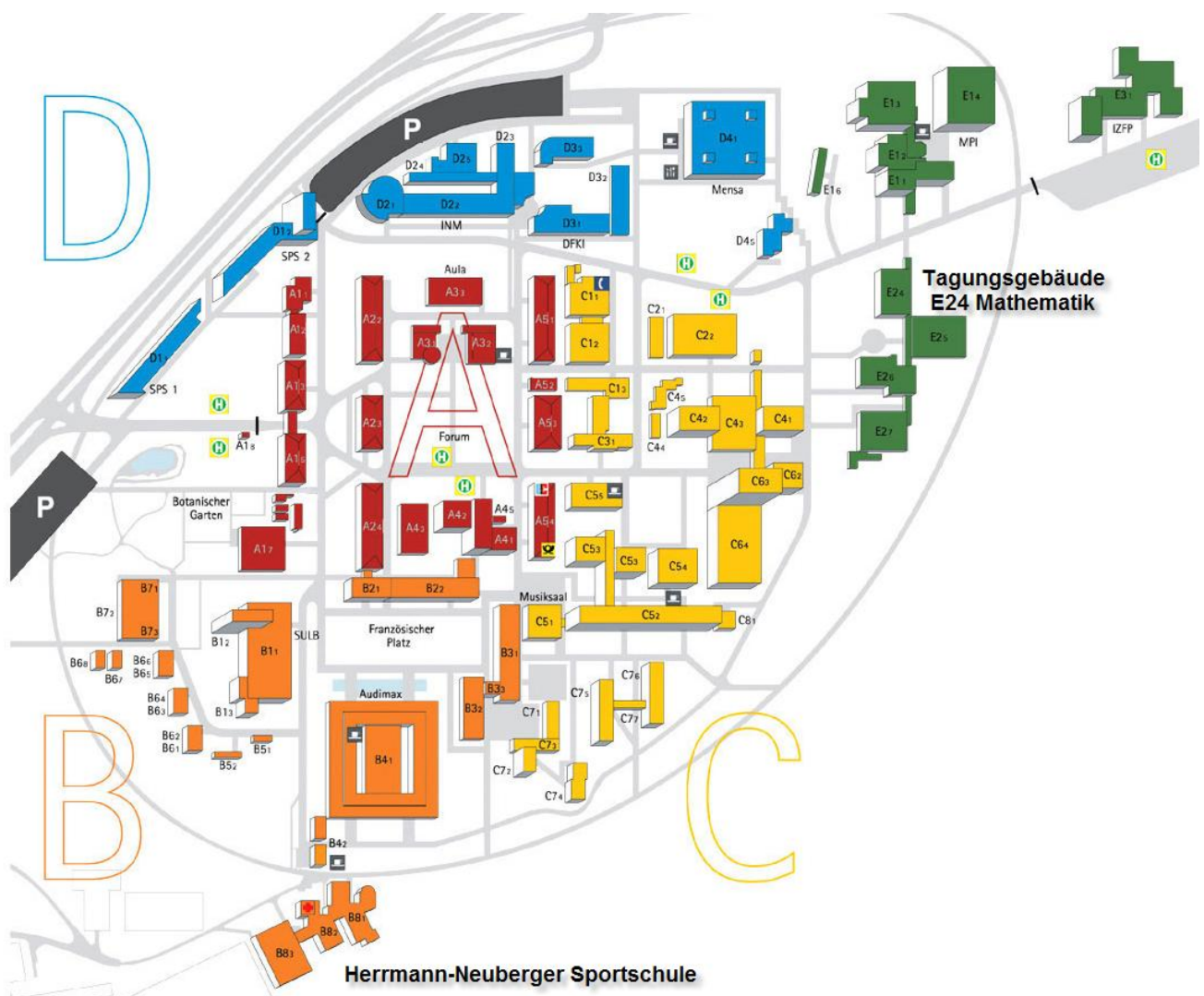
Postanschrift: Hermann Neuberger Sportschule,  
Gebäude 54, D-66123 Saarbrücken

Telefon: 0681/3879-110, Fax: 0681/3879-154

E-Mail: [sportschule@lsvs.de](mailto:sportschule@lsvs.de)

Internet: [www.lsvs.de](http://www.lsvs.de)

Per Bus vom Hauptbahnhof zur Universität kommen Sie mit den Linien 102, 112 und 124 (jeweils im 30min Takt) von Saarbahn+Bus (Richtung "Dudweiler Dudoplatz" (102) bzw. "Universität" (112, 124)).



## Zur Tagung

Die diesjährige Tagung zum Thema „Geometrieunterricht konkret – Argumentieren und Beweisen“ hat erfreulich viele Teilnehmer angezogen und kann viele Beiträge bieten, die das Thema von verschiedenen Perspektiven behandeln. Die positive Entwicklung der Teilnehmerzahlen ist umso mehr erfreulich, als die vor zwei Jahren eingeführte Regelung, dass die Vortragenden schon vorab Diskussionspapiere bereitstellen, die zur Vorbereitung gelesen werden sollen, die aktive wie die passive Tagungsteilnahme arbeitsintensiver machen. Im Gegenzug wird aber auch der Ertrag der Tagung damit spürbar gesteigert. Das Gleiche gilt für das Peer-Review-Verfahren, durch das die Beiträge gehen, bevor sie im Tagungsband veröffentlicht werden. Der Tagungsband von 2006 ist mittlerweile fertig und die nächsten sollen bald folgen, so dass auch der Ertrag dieser Tagungen gesichert wird.

## Tagungsort

Anselm Lambert als örtlicher Tagungsleiter hat es ermöglicht, dass die Tagungsteilnehmer Unterkunft in der Hermann Neuberger Sportschule am südwestlichen Rande des Campus der Universität des Saarlandes finden können. Die Tagung selbst findet, in knapp 1 km Fußwegentfernung davon, im Gebäude E24 der Fachrichtung 6.1 Mathematik der Universität des Saarlandes am östlichen Rand des Campus statt.

Wir wünschen uns allen eine erhellende Tagung mit guten Diskussionen!

**Matthias Ludwig** und **Reinhard Oldenburg**



(Sprecher des Arbeitskreises)



## Das Gasthaus zum Stiefel



Zum Tagungsthema:

## ***Geometrieunterricht konkret – Argumentieren und Beweisen***

Die Kombination von Argumentieren, Begründen und Beweisen bildet gemäß den KMK-Bildungsstandards eine der sechs allgemeinen Kompetenzen für den Mathematikunterricht dar. Das ist aber nicht der Anfang vom Argumentieren und Begründen gewesen, natürlich wurde schon vor der Formulierung der Bildungsstandards im Mathematikunterricht bewiesen, begründet und argumentiert. Durch die Bildungsstandards wird aber mitunter der Eindruck erweckt, als müsste alles neu erfunden werden, dem ist zum Glück nicht so. Es sind viele gute Ideen zum Beweisen und Erkenntnisse über Argumentieren und Begründen vorhanden welche wir durch diese Tagung bündeln und verstärken wollen. Es sind somit Lehrende und Forschende gleichermaßen angesprochen sich hier zu beteiligen und Ihre Erfahrungen und Ergebnisse aus der täglichen Arbeit mit den Schülerinnen und Schülern zu formulieren. Neu ist dieses Jahr, dass wir am Freitag Abend einen Hauptvortrag haben werden:

Hauptvortrag von Hans Schupp: Beweisen in der Schulgeometrie

Nach dieser Einführung werden die zahlreichen Vorträge Gelegenheit bieten, die didaktischen Fragen zu diesem wichtigen Thema zu diskutieren.

## Tagungsprogramm

### Freitag, 12. September 2008:

- 17.30 Uhr Öffnung des Tagungsbüros und Zimmerverteilung
- 18.00 Uhr Abendessen
- 19.15 Uhr Begrüßung der Teilnehmer und Eröffnung der Tagung (M. Ludwig)
- 19.30 Uhr Hauptvortrag: **Hans Schupp**, Universität des Saarlandes  
*Beweisen in der Schulgeometrie*

### Samstag, 13. September 2007:

- 7.45 Uhr Frühstück
- 8.30 Uhr Lothar Profke, Uni Gießen:  
*Beweisen im Mathematikunterricht – ein ungelöstes Problem der Mathematikdidaktik*
- 9.30 Uhr **Lutz Führer**, Uni Frankfurt:  
*Geometrieunterricht abstrakt*
- 10.30 Uhr Kaffee-Tee-Pause
- 11.00 Uhr **Michael Gieding**, PH Heidelberg:  
Argumentieren und Beweisen: Vom Osten lernen heißt siegen lernen
- 12.00 Uhr Mittagspause
- 14:30 Uhr **Boris Girnat**, Uni Münster:  
Haupt- und Nebenschauplätze des Beweisens im Schulalltag - Auszüge aus einer qualitativen Studie über Lehreransichten
- 15.30 Uhr **Sebastian Kuntze**, PH Ludwigsburg:  
Geometrische Beweiskompetenz fördern durch Reflexions- und Schreibenanlässe zu beweisbezogenem Metawissen

16.30 Uhr Kaffee und Kuchen

17.30 Uhr **Olaf Knapp**, PH Weingarten:

*Interaktive Instruktionsvideos für das raumgeometrische Konstruieren*

19.00 Uhr Abendessen im Gasthaus „Stiefel“ (siehe Seite 4)

### **Sonntag, 15. September 2008:**

8.30 Uhr Frühstück

9.00 Uhr **Ysette Weiss-Pidstrygach**, Uni Göttingen:

*Beweise nach Schablone oder Beweise mit Zirkel und Lineal?*

10:00 Uhr **Hans Walser**, Uni Basel:

*Die spinnen, die Mathematiker*

11.00 Uhr Kaffee-Tee-Pause

11.30 Uhr **Hans-Jürgen Elschenbroich**

*Visuell-dynamische Puzzle-Beweise*

12.30 Uhr **Abschlussgespräch**

12.45 Uhr Mittagessen

13.30 Uhr Abreise

Hans Schupp, Universität des Saarlandes (Freitag, 19.30 Uhr):

### **Beweisen in der Schulgeometrie**

"Beweisen" heißt eine Warum-Frage vernünftig beantworten. Es ist demnach auf allen Stufen und in allen Formen des allgemeinbildenden Schulwesens eine anzustrebende Schülertätigkeit. Für die Schulgeometrie der Sekundarstufe, in der man angeblich das Beweisen lernen sollte, bedeutet dies vor allem, dass man traditionelle Fachbeweise entkrampfen muss, dass man Beweisen im Sinne einer fundamentalen Idee spiralig entwickeln sollte. Der Vortrag versucht anhand geeigneter Beispiele zu zeigen, wie das geschehen könnte. Hierbei wird insbesondere auf wichtige Hilfstätigkeiten (z.B. vernetzen, lokal ordnen, dynamisieren, reflektieren) sowie auf Maßnahmen des Forderns und Förderns eingegangen.

### **Eigene Notizen:**



Lothar Profke, Universität Gießen (Samstag, 8.30 Uhr):

### **Beweisen im Mathematikunterricht – ein ungelöstes Problem der Mathematikdidaktik**

Das Lehren und Lernen des Beweizens im Mathematikunterricht ist ein Dauerthema der Mathematikdidaktik ? ein Beleg für die Behauptung im Vortragstitel. Was bisher fehlt, ist eine in der Breite und nachhaltig erfolgreiche Methodik des Beweizens. Diesen Mangel wird mein Beitrag nicht beheben können. Der Vortrag stellt zum Beweisen im Mathematikunterricht Lehrziele und didaktische Funktionen zusammen sowie einige Hindernisse für das Lehren und Lernen. Vielleicht ergeben sich daraus Vorschläge für erfolgreicherer Unterrichten.

### **Eigene Notizen:**

Lutz Führer, Universität Frankfurt (Samstag, 9.30 Uhr):

### **Geometrieunterricht abstrakt**

Wo sich Lehrer überhaupt (noch) bemühen, ins Beweisenlernen einzuführen, brauchen sie einen langen Atem und neuerdings auch Mut, denn Beweise vorführen, erklären, nachmachen ist bekanntlich etwas anderes als zum Beweise Erfinden anstiften und anleiten. Zwar gibt es noch das offizielle Feigenblatt „mathematisch argumentieren“ in den KMK-Standards, aber dieses begriffslose Assoziationsfeld ist ein so weitläufiges Dach, dass die halbe Welt darunter Platz findet, nicht nur die ganze Mathematik und die KMK-Musteraufgaben. Was hier an „Kompetenzgraden“ in die Prüfungsorgien eingebracht und vermessen werden soll, gilt anscheinend eher der Verhütung allzu groben gedanklichen und sprachlichen Unsinn als der Förderung und Anerkennung irgendwelcher kreativen gedanklichen Leistungen. So braucht es denn Mut und Zähigkeit auf Lehrerseite, das unvermeidlich langwierige Beweisenlehren trotz Lehrplänen, Standards und Outputfixierung durchzuhalten. Ohne Festlegung auf irgendwelche schulischen Rahmenbedingungen und mit Zugeständnis informeller (alters- und kontextabhängiger) Bedeutungen von „Beweisen“ soll im Vortrag über Wege nachgedacht werden, wie Schüler zur mathematischen Gewohnheit des stichhaltig begründen Wollens geführt werden könnten. Es geht in diesem Vortrag nicht um konkreten Geometrieunterricht, aber um dessen Rechtfertigung, Motivation und Verteidigung.

### **Eigene Notizen:**

Michael Gieding, PH Heidelberg (Samstag, 11.00Uhr):

### **Argumentieren und Beweisen: Vom Osten lernen heißt siegen lernen**

Der Vortragende war Mathematiklehrer an einer POS der DDR in den Klassen 5 bis 10. Als solcher ist er immer wieder erschüttert, auf welchem niedrigem Niveau der Mathematikunterricht an den Schulen des geeinten Deutschlands häufig stattfindet. Letztlich sollte man besser Rechenunterricht sagen. Eine Verbesserung dieses Unterrichts insbesondere hinsichtlich des Beweisens, Begründens und Argumentierens tut dringend not. Dementsprechend tritt die Forderung nach neuen diesbezüglichen didaktischen Erkenntnissen auf. Der Vortragende ist jedoch der Meinung, dass es bereits eine recht gute Didaktik des Beweisens gibt. Leider findet sie im realen Unterricht kaum Anwendung. Der Vortrag stellt sich die Aufgabe, die Grundzüge dieser bereits bestehenden didaktischen Erkenntnisse noch einmal zu verdeutlichen. Nebenbei werden sie um Möglichkeiten der Nutzung von Software erweitert.

### **Eigene Notizen:**

Boris Girnat, Uni Münster (Samstag, 14.30Uhr):

### **Haupt- und Nebenschauplätze des Beweisens im Schulalltag - Auszüge aus einer qualitativen Studie über Lehreransichten**

Argumentieren, Begründen und Beweisen sind Bestandteile der Bildungsstandards geworden. Wie sehen jedoch die Auswirkungen in Praxis aus? Dazu werden Auszüge aus einer Interviewstudie vorgestellt, in der Gymnasiallehrer allgemein zu Zielen und Aspekten ihres Geometrieunterrichtes befragt worden sind. Dabei wird skizziert, welche unterschiedlichen Erwartungen man mit diesem Bildungsziel verbinden kann und welche Konsequenzen das für den Unterricht hat; und es wird vorgestellt, welchen Stellenwert und welche Beziehungen die befragten Lehrkräfte zu anderen Kompetenzen sehen.

### **Eigene Notizen:**

Sebastian Kuntze, PH Ludwigsburg (Samstag, 15.30Uhr):

### **Geometrische Beweiskompetenz fördern durch Reflexions- und Schreib- anlässe zu beweisbezogenem Metawissen**

Um Beweise in der Geometrie verstehen oder generieren zu können, brauchen Lernende ein Grundverständnis über das Beweisen als mathematische Aktivität. Gelegenheiten zur Reflexion über das Beweisen, die durch Schreib-  
anlässe vertieft werden kann, stellen eine Möglichkeit dar, solches beweisbe-  
zogenes Metawissen zu stärken. Ergebnisse zweier empirischer Studien deu-  
ten darauf hin, dass die Kompetenz, geometrische Beweisprobleme zu lösen,  
durch eine entsprechende Lernumgebung gefördert werden konnte.

#### **Eigene Notizen:**

Olaf Knapp, PH Weingarten (Samstag, 17.30 Uhr):

### **Interaktive Instruktionsvideos für das raumgeometrische Konstruieren**

Dynamische Raumgeometriesysteme (DRGS) wie etwa Cabri 3D bieten in vielen mathematikdidaktischen Gebieten reichhaltige Potentiale für die Schulpraxis. Durch den Einsatz interaktiver Instruktionsvideos (IIVs) können DRGS - insbesondere für noviziale Lehrpersonen und Schüler - mit zusätzlichen didaktischen Mehrwerten versehen werden. Im Vortrag werden ausgewählte IIVs und entsprechende Ergebnisse empirischer Studien vorgestellt, die für den schulpraktischen Einsatz und (weitere) Entwicklungen interaktiver Lernumgebungen hilfreich sein können.

### **Eigene Notizen:**

Ysette Weiss-Pidstrygach, Uni Göttingen (Sonntag, 9.00 Uhr):

### **Beweise nach Schablone oder Beweise mit Zirkel und Lineal?**

"Beweisen nach Schablone" steht hier für algebraische, algorithmische, deduktive Methoden und "Beweisen mit Zirkel und Lineal" für geometrische, konstruktive, induktive Herangehensweisen. Mit wie viel Enthusiasmus und Erfolg Algebra und Geometrie gelernt werden, scheint für verschiedene Altersgruppen und in verschiedenen Ländern sehr unterschiedlich auszusehen. Ein Blick über den Zaun zeigt, dass es möglich ist, geometrische Herangehensweisen erfolgreich zu trainieren: Die Aufnahmeprüfungen zum Studium naturwissenschaftlicher Fächer in vielen Ländern der GUS beinhalten einen hohen Anteil geometrischer Problemstellungen. Das Streben nach einem ausgewogenen Verhältnis von Algebra und Geometrie in der Schulmathematik hat dort Tradition: In der früheren Sowjetunion kam es zu einem erstaunlich problemorientierten Bourbakismus. Seit Jahrzehnten findet man dort zu den meisten Themen Aufgabensammlungen, welche durch eine große Anzahl zu berechenbarer typischer Beispiele die Begriffe und Regeln der Theorie vorbereiten. Einstiegsaufgaben in unseren Lehrbüchern, sind ein Schritt in diese Richtung. Eine anderes Ordnungsprinzip von Aufgaben ist die Einteilung nach Schwierigkeitsgrad, Komplexität und Arbeitsmethoden. Die Suchmaschine des Moskauer Zentrums für mathematische Bildung findet zur Geometrie nach vier Schwierigkeitsgraden und Suchworten geordnete Aufgaben zum Beweisen, zum Konstruieren, zum Berechnen und Aufgaben besonderer Schönheit. Diese Klassifikation wird von unseren Lehrern nebenbei zur Unterrichtsvorbereitung bewältigt. Der Vortrag hat das Ziel einen Einblick in die Aufgabenkultur, die Häufigkeit verschiedener Aufgabentypen, im Speziellen die Rolle des Beweises im Mathematikunterricht SEC II und Anfängervorlesungen in einigen Ländern der GUS vorzustellen.

### **Eigene Notizen:**

AK-Geometrie Tagung  
Saarbrücken 2008

Hans Walser, Uni Basel (Sonntag, 10.00Uhr ):

### **Die spinnen, die Mathematiker**

Es werden zwei Argumentationsbeispiele nachgezeichnet, eines aus dem Unterricht, das andere aus einem fachdidaktischen Pausengespräch.

**Eigene Notizen:**



Hans-Jürgen Elschenbroich (Sonntag, 11.30 Uhr):

### **Visuell-dynamische Puzzle-Beweise**

In dem Vortrag werden schulrelevante Beispiele (Klassenstufe 7-9) von 'Siehe'-Beweisen vorgestellt. Das Zerlegen oder Ergänzen von Flächen, Spiegelungen oder Verschiebungen von (Teil-)Flächen sind altbekannte Visualisierungsstrategien, die sich mit DGS besonders schön dynamisieren lassen und eine Betrachtung von vielen Konfigurationen, auch Grenzfällen, einfach und schülernah ermöglichen.

**Eigene Notizen:**

**Weitere Notizen:**

## Teilnehmer der Arbeitskreistagung

|    | Name                              | Dienststelle                             | E-Mail                         |
|----|-----------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------|
| 1  | Prof.<br>Dr. Christina Birkenhake |                                          | christina@birkenhake.net       |
| 2  | Hans-Jürgen Elschenbroich         | Medienberatung NRW                       | elschenbroich@t-online.de      |
| 3  | Prof. Dr. Andreas Filler          | PH Heidelberg                            | filler@ph-heidelberg.de        |
| 4  | Prof. Dr. Lutz Führer             | Goethe-Uni. Frankfurt                    | fuehrer@math.uni-frankfurt.de  |
| 5  | Frau Sandra Gerhard               | Frankfurt                                | gerhard@math.uni-frankfurt.de  |
| 6  | Dr. Michael Gieding               | PH Heidelberg                            | gieding@ph-heidelberg.de       |
| 7  | Boris Girnat                      | Universität Münster                      | b.girnat@uni-muenster.de       |
| 8  | Prof. Dr. Günter Graumann         | Universität Bielefeld                    | og-graumann@web.de             |
| 9  | Prof. Dr. Dörte Haftendorn        | Leuphana Universität Lüneburg            | Haftendorn@uni.leuphana.de     |
| 10 | Gaby Heintz                       | Studienseminar Neuss SII                 | gaby.heintz@t-online.de        |
| 11 | Tommi Karacic                     | Saarbrücken                              | tokaracic@web.de               |
| 12 | Olaf Knapp                        | PH Weingarten                            | olafknapp@yahoo.de             |
| 13 | Mathias Krebs                     | PH Weingarten                            | krebs@md-phw.de                |
| 14 | Prof. Dr. Sebastian Kuntze        | PH Ludwigsburg                           | kuntze@ph-ludwigsburg.de       |
| 15 | Anselm Lambert                    | Universität des Saarlandes               | lambert@math.uni-sb.de         |
| 16 | Prof. Dr. Matthias Ludwig         | PH Weingarten                            | ludwig@ph-weingarten.de        |
| 17 | StD Hartmut Müller-Sommer         | Liebfrauenschule Vechta                  | mueller-sommer@t-online.de     |
| 18 | Swetlana Nordheimer               | HU-Berlin                                | nordheim@mathematik.hu-berlin. |
| 19 | Prof. Reinhard Oldenburg          | Frankfurt                                | oldenbur@math.uni-frankfurt.de |
| 20 | Prof. Dr. Lothar Profke           | Uni-Gießen                               | Lothar.Profke@math.uni-giessen |
| 21 | Dr. Jürgen Roth                   | Universität Würzburg                     | mail@juergen-roth.de           |
| 22 | Matthias Römer                    | Universität des Saarlandes               | matthiasroemer@gmx.de          |
| 23 | Michael Schneider                 | Goethe Universität, Didaktik der Mathem. | mschneid@math.uni-frankfurt.de |
| 24 | Prof. Dr. Heinz Schumann          | PH Weingarten                            | schumann@ph-weingarten.de      |
| 25 | Dr. Markus Vogel                  | PH Heidelberg                            | vogel@ph-heidelberg.de         |
| 26 | Hans Walser                       | Uni Basel                                | hwalser@bluewin.ch             |
| 27 | Dr. Ysette Weiss-Pidstrygach      | Göttingen                                | weiss@uni-math.gwdg.de         |