

# DGS

# Been there, done that.

AK MUI 2013 Saarbrücken  
Ulrich Kortenkamp  
Martin-Luther-Universität Halle



- Diskrete Mathematik - Visage
- Cindy3D + LEAP
- Physik & Sensoren
- Projektive Geometrie
- Plugins
- iPad und Lebenskrisen

# 2003...

---

The screenshot shows a window titled "Texteingabe" with a text input area on the left and a list of steps on the right. The text input area contains the following text:

Gegeben sei das Dreieck ABC. Zeichne die Hoehe  $h_A$  durch A auf BC, die Hoehe  $h_B$  durch B auf AC und die Hoehe  $h_C$  auf BC durch C. Schneide  $h_A$  und  $h_B$  im Hoehenschnittpunkt.

The list of steps on the right is as follows:

- Wähle einen Punkt A.
- Wähle einen Punkt B.
- AB ist die Gerade durch A und B .
- Wähle einen Punkt C.
- BC ist die Gerade durch B und C .
- AC ist die Gerade durch A und C .
- $h_A$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch A .
- $h_B$  ist die Gerade senkrecht auf AC durch B .
- $h_C$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch C .
- Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von  $h_A$  und  $h_B$  .

Below the list is the word "Ende." and four buttons: "Parsen", "Beschweren", "Testen", and "Script generieren".

# 2003...

The image shows a software interface with two main windows: "Texteingabe" (Text Input) and "Skript" (Script).

**Texteingabe window:**

Gegeben sei das Dreieck ABC. Zeichne die Hoehe  $h_A$  durch A auf BC, die Hoehe  $h_B$  durch B auf AC und die Hoehe  $h_C$  auf BC durch C. Schneide  $h_A$  und  $h_B$  im Hoehenschnittpunkt.

**Skript window:**

Höhenschnittpunkt

Wähle einen Punkt A.  
Wähle einen Punkt B.  
AB ist die Gerade durch A und B .  
Wähle einen Punkt C.  
BC ist die Gerade durch B und C .  
AC ist die Gerade durch A und C .  
 $h_A$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch A .  
 $h_B$  ist die Gerade senkrecht auf AC durch B .  
 $h_C$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch C .  
Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von  $h_A$  und  $h_B$  .  
Ende.

**Generated Script List:**

- Wähle einen Punkt A .
- Wähle einen Punkt B .
- AB ist die Gerade durch A und B .
- Wähle einen Punkt C .
- BC ist die Gerade durch B und C .
- AC ist die Gerade durch A und C .
- $h_A$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch A .
- $h_B$  ist die Gerade senkrecht auf AC durch B .
- $h_C$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch C .
- Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von  $h_A$  und  $h_B$  .
- Ende.

**Buttons:** Parsen, Beschweren, Testen, Script generieren

# 2003...

The image shows a software interface for generating a script from a geometry problem. It consists of three main windows:

- Texteingabe (Text Input):** Contains the problem statement: "Gegeben sei das Dreieck ABC. Zeichne die Hoehe hA durch A auf BC, die Hoehe hB durch B auf AC und die Hoehe hC auf BC durch C. Schneide hA und hB im Hoehenschnittpunkt." Below this is a large empty box for drawing.
- Script (Script):** A window showing the generated script. The text is: "A wurde ausgewählt für A. B wurde ausgewählt für B. AB ist die Gerade durch A und B. C wurde ausgewählt für C. BC ist die Gerade durch B und C. AC ist die Gerade durch A und C. hA ist die Gerade senkrecht auf BC durch A. hB ist die Gerade senkrecht auf AC durch B. hC ist die Gerade senkrecht auf BC durch C. Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von hA und hB. Ende." The last line is highlighted in green.
- Texteingabe (List of Lines):** A list of lines generated from the problem statement, each highlighted in yellow. The lines are: "Wähle einen Punkt A.", "Wähle einen Punkt B.", "AB ist die Gerade durch A und B.", "Wähle einen Punkt C.", "BC ist die Gerade durch B und C.", "AC ist die Gerade durch A und C.", "hA ist die Gerade senkrecht auf BC durch A.", "hB ist die Gerade senkrecht auf AC durch B.", "hC ist die Gerade senkrecht auf BC durch C.", "Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von hA und hB.", "Ende." Below this list are four buttons: "Parsen", "Beschweren", "Testen", and "Script generieren".

# 2003...

The image shows a software interface for generating a script to draw the altitudes and orthocenter of a triangle. It consists of three main windows:

- Texteingabe (Text Input):** Contains the problem statement: "Gegeben sei das Dreieck ABC. Zeichne die Hoehe  $h_A$  durch A auf BC, die Hoehe  $h_B$  durch B auf AC und die Hoehe  $h_C$  auf BC durch C. Schneide  $h_A$  und  $h_B$  im Hoehenschnittpunkt." Below this is a list of instructions for the script, such as "Wähle einen Punkt A", "Wähle einen Punkt B", "Wähle einen Punkt C", "AB ist die Gerade durch A und B", etc., with "Ende." at the bottom.
- Skript (Script):** A window showing the generated script code, which mirrors the instructions in the Texteingabe window. It includes a text input field with the letter 'h' and a list of commands like "A wurde ausgewählt für A.", "B wurde ausgewählt für B.", "AB ist die Gerade durch A und B.", etc., ending with "Ende.".
- Cinderella (Euclidean View):** A window showing a geometric diagram of a triangle with vertices A, B, and C. Three altitudes are drawn:  $h_A$  from A to BC,  $h_B$  from B to AC, and  $h_C$  from C to AB. Their intersection point is labeled "Hoehenschnittpunkt  $h$ ". The altitudes are labeled as  $AB_{h,1}$ ,  $hA_{h,1}$ ,  $AC_{h,1}$ ,  $hC_{h,1}$ ,  $hB_{h,1}$ , and  $BC_{h,1}$ .

At the bottom of the interface are four buttons: "Parsen", "Beschweren", "Testen", and "Skript generieren".

# 2003...

Gegeben sei das Dreieck ABC. Zeichne die Hoehe  $h_A$  durch A auf BC, die Hoehe  $h_B$  durch B auf AC und die Hoehe  $h_C$  auf BC durch C. Schneide  $h_A$  und  $h_B$  im Hoehenschnittpunkt.

Wähle einen Punkt für A.  
 Wähle einen Punkt für B.  
 AB ist die Gerade durch A und B.  
 Wähle einen Punkt für C.  
 BC ist die Gerade durch B und C.  
 AC ist die Gerade durch A und C.  
 $h_A$  ist die Gerade senkrecht auf BC durch A.  
 $h_B$  ist die Gerade senkrecht auf AC durch B.  
 Ende.

Skript

```

A wurde ausgewählt für A.
B wurde ausgewählt für B.
AB ist die Gerade durch A und B .
C wurde ausgewählt für C.
BC ist die Gerade durch B und C .
AC ist die Gerade durch A und C .
hA ist die Gerade senkrecht auf BC durch A .
hB ist die Gerade senkrecht auf AC durch B .
hC ist die Gerade senkrecht auf BC durch C .
Hoehenschnittpunkt ist der Schnittpunkt von hA und hB .
    
```

Cinderella ViewPort.windowtitle

Wer?	Was?	Wo?
● A	Punkt(-0,12 -0,12)	(-0,12 -0,12)
● B	Punkt(-0,04 3,24)	(-0,04 3,24)
／ AB_h,1	Gerade(A;B)	$y = 42x + 4,92$
● C	Punkt(3 0,96)	(3 0,96)
／ BC_h,1	Gerade(B;C)	$y = -0,75x + 3,21$
／ AC_h,1	Gerade(A;C)	$y = 0,35x - 0,08$
／ hA_h,1	Senkrechte(BC_h,1;A)	$y = 1,33x + 0,04$
／ hB_h,1	Senkrechte(AC_h,1;B)	$y = -2,89x + 3,12$
／ hC_h,1	Senkrechte(BC_h,1;C)	$y = 1,33x - 3,04$
● Hoeherschnittpunkt	Schnittpunkt(hA_h,1;hB_h,1)	(0,73 1,01)

> Bewegen Sie freie Elemente mit der Maus

Cinderella (Euclidean View)

The diagram shows a triangle with vertices A, B, and C. Three altitudes are drawn:  $h_A$  from A to BC,  $h_B$  from B to AC, and  $h_C$  from C to AB. The altitudes  $h_A$  and  $h_B$  intersect at the orthocenter, labeled 'Hoehenschnittpunkt\_h,1'. The lines are labeled as  $AB_{h,1}$ ,  $BC_{h,1}$ ,  $AC_{h,1}$ ,  $hA_{h,1}$ ,  $hB_{h,1}$ , and  $hC_{h,1}$ .

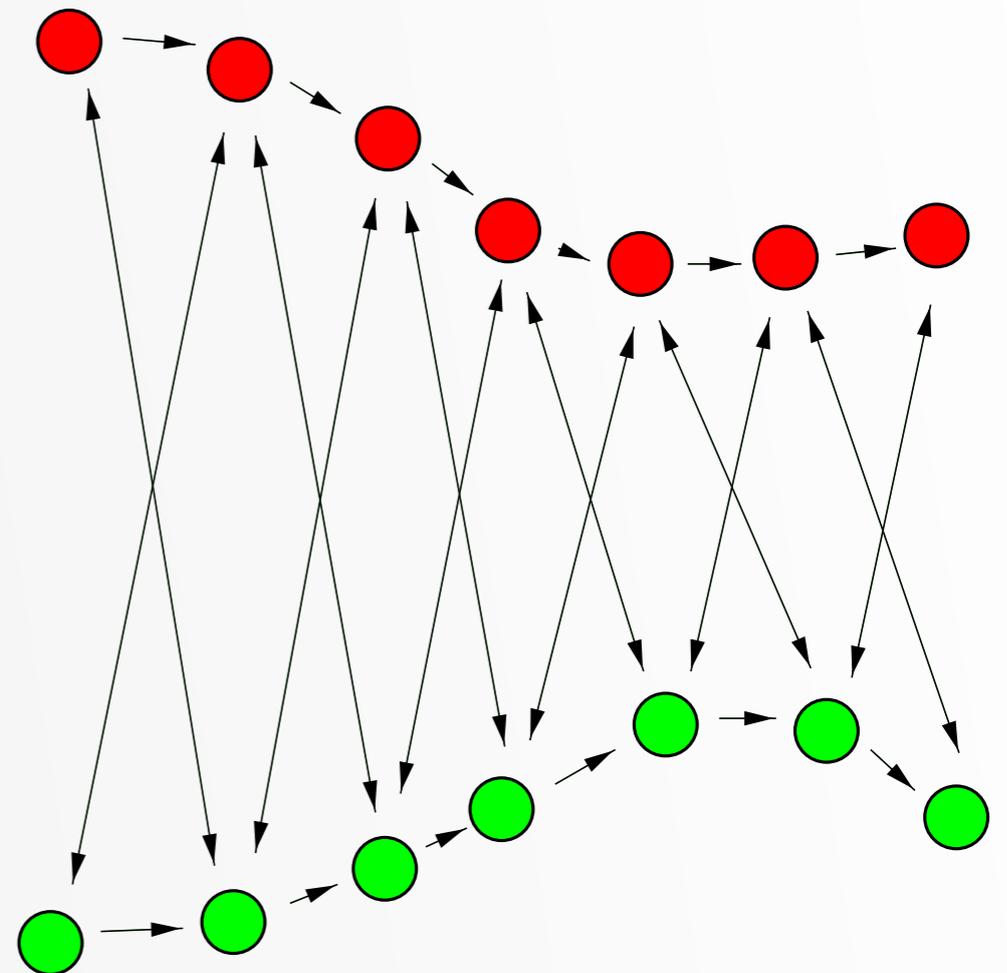
> Bewegen Sie freie Elemente mit der Maus

# Underlying algorithm

---

Use “close-to” tracing algorithm

Avoid singularities by  
complex detours



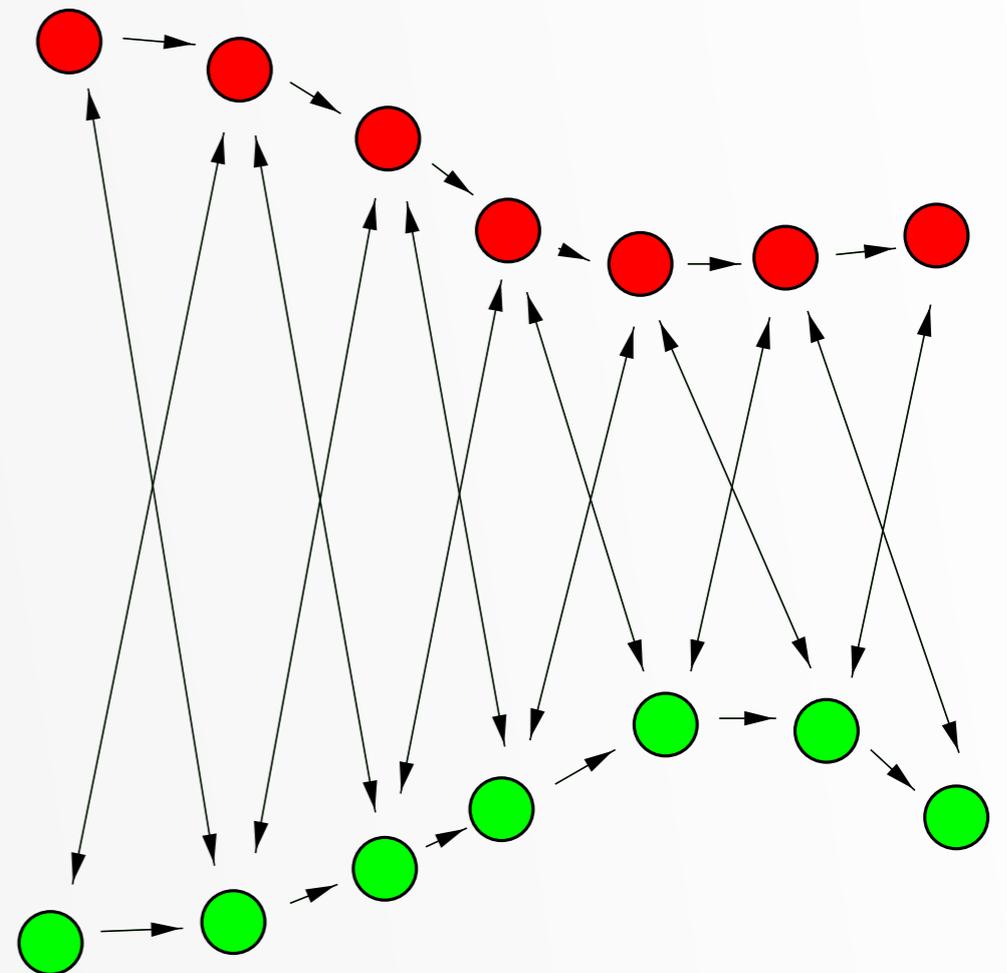
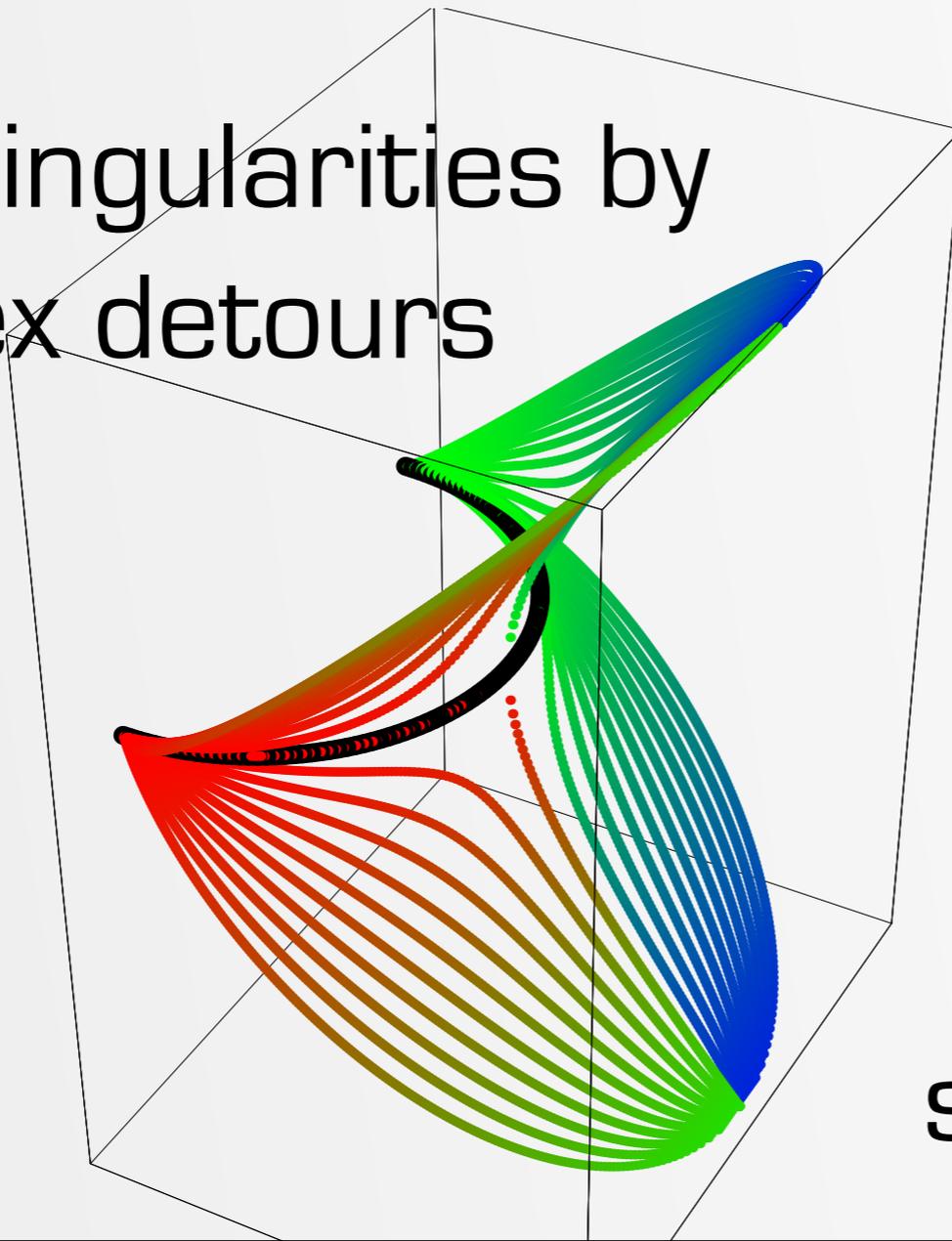
see Video on Vimeo

# Underlying algorithm

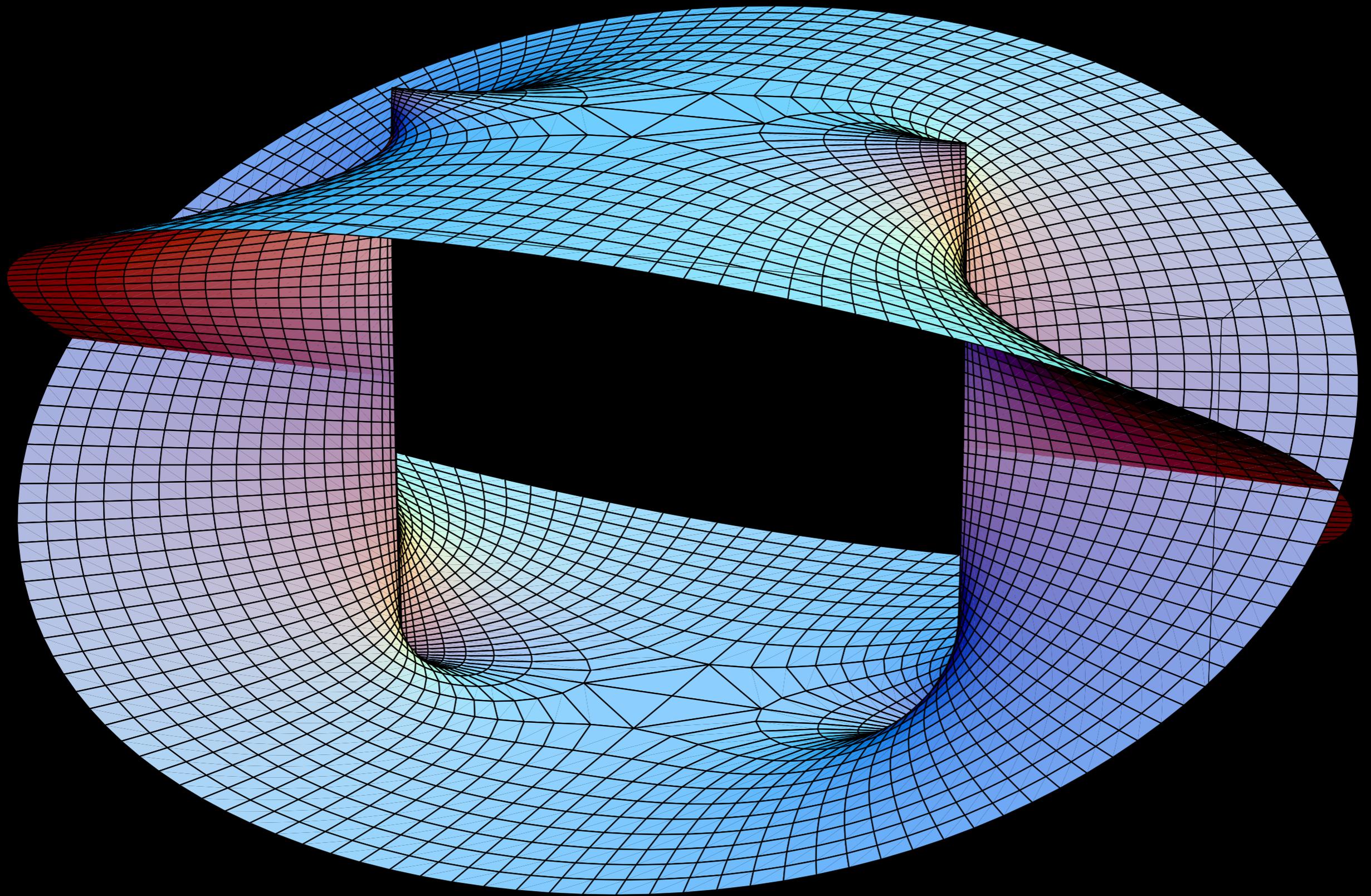
---

Use “close-to” tracing algorithm

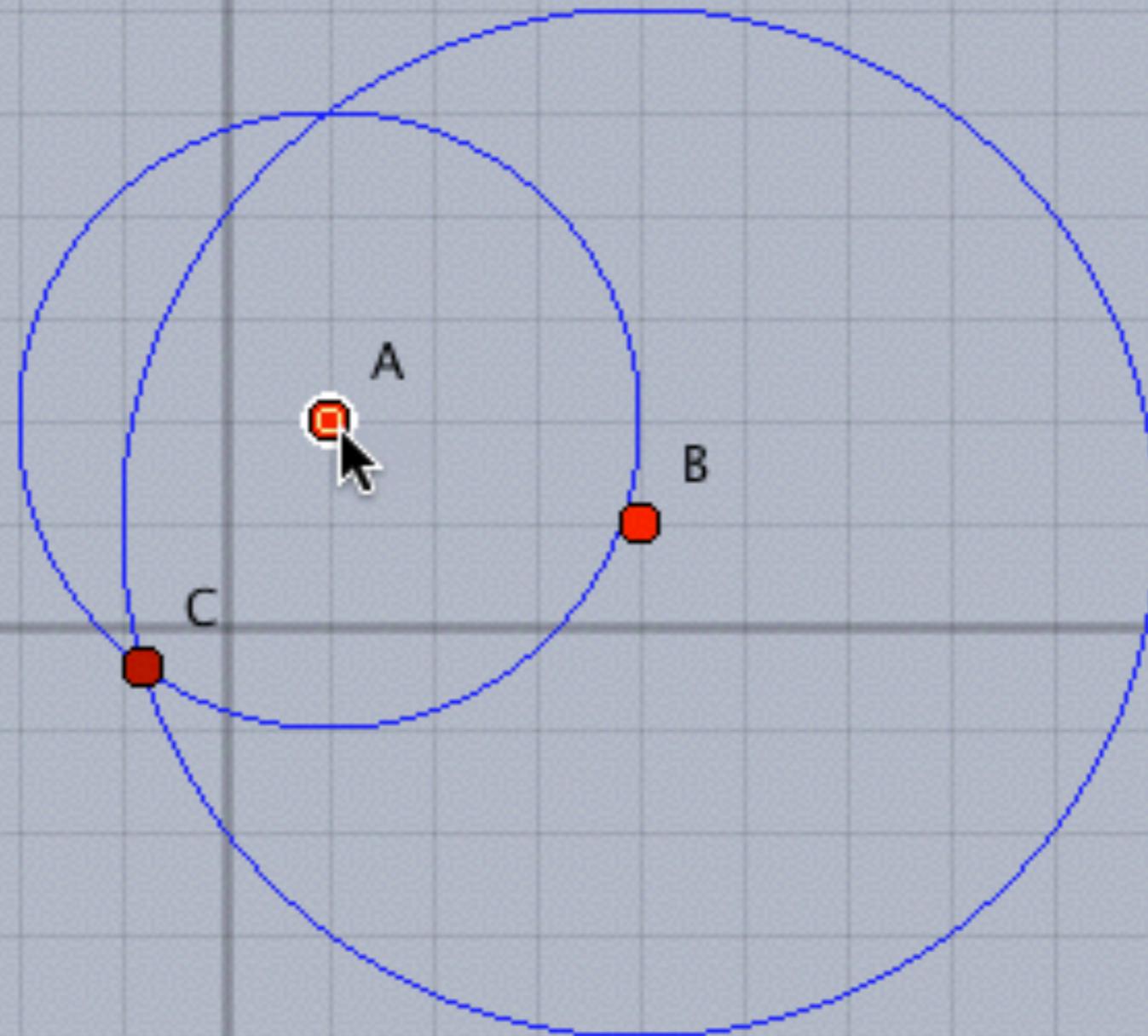
Avoid singularities by  
complex detours



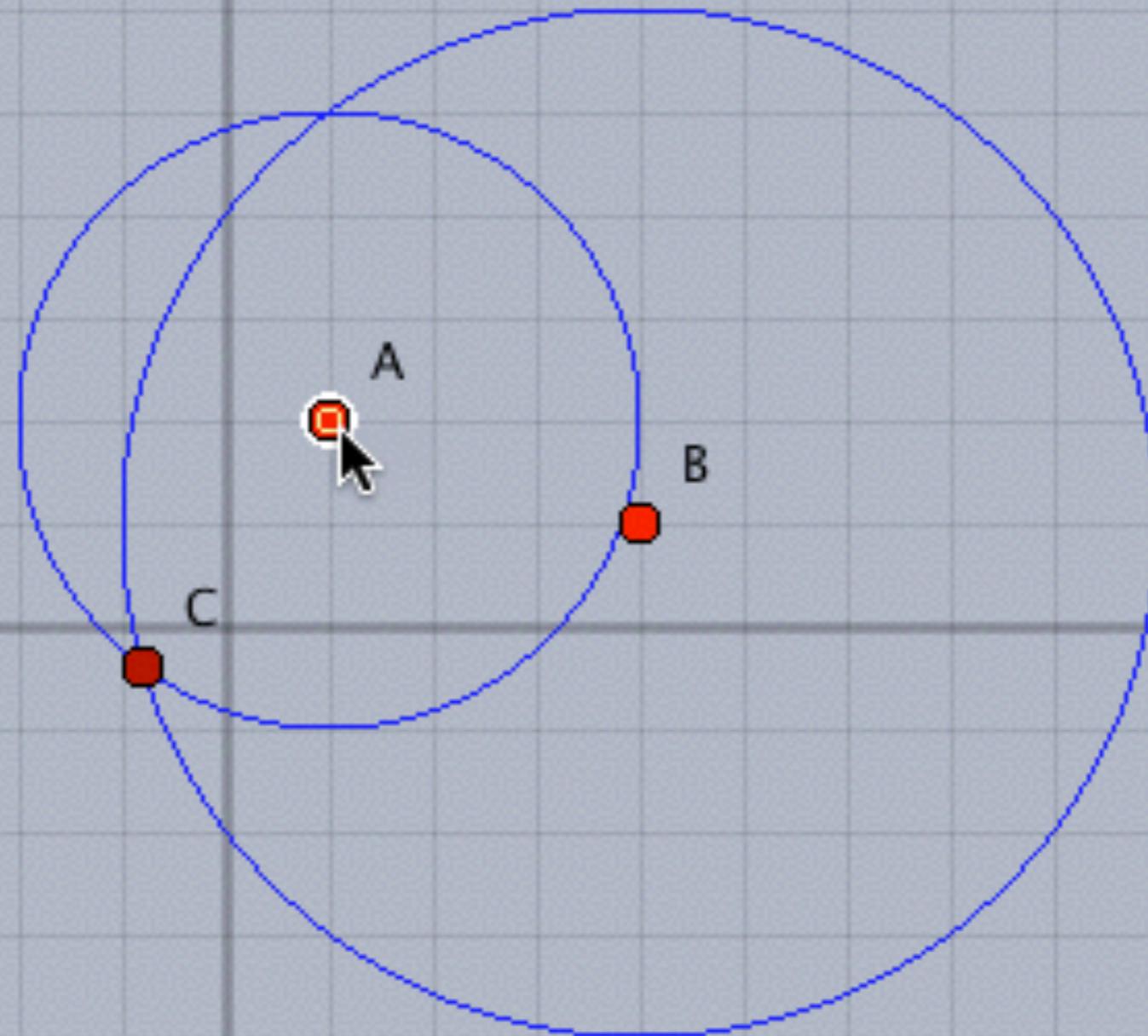
see Video on Vimeo



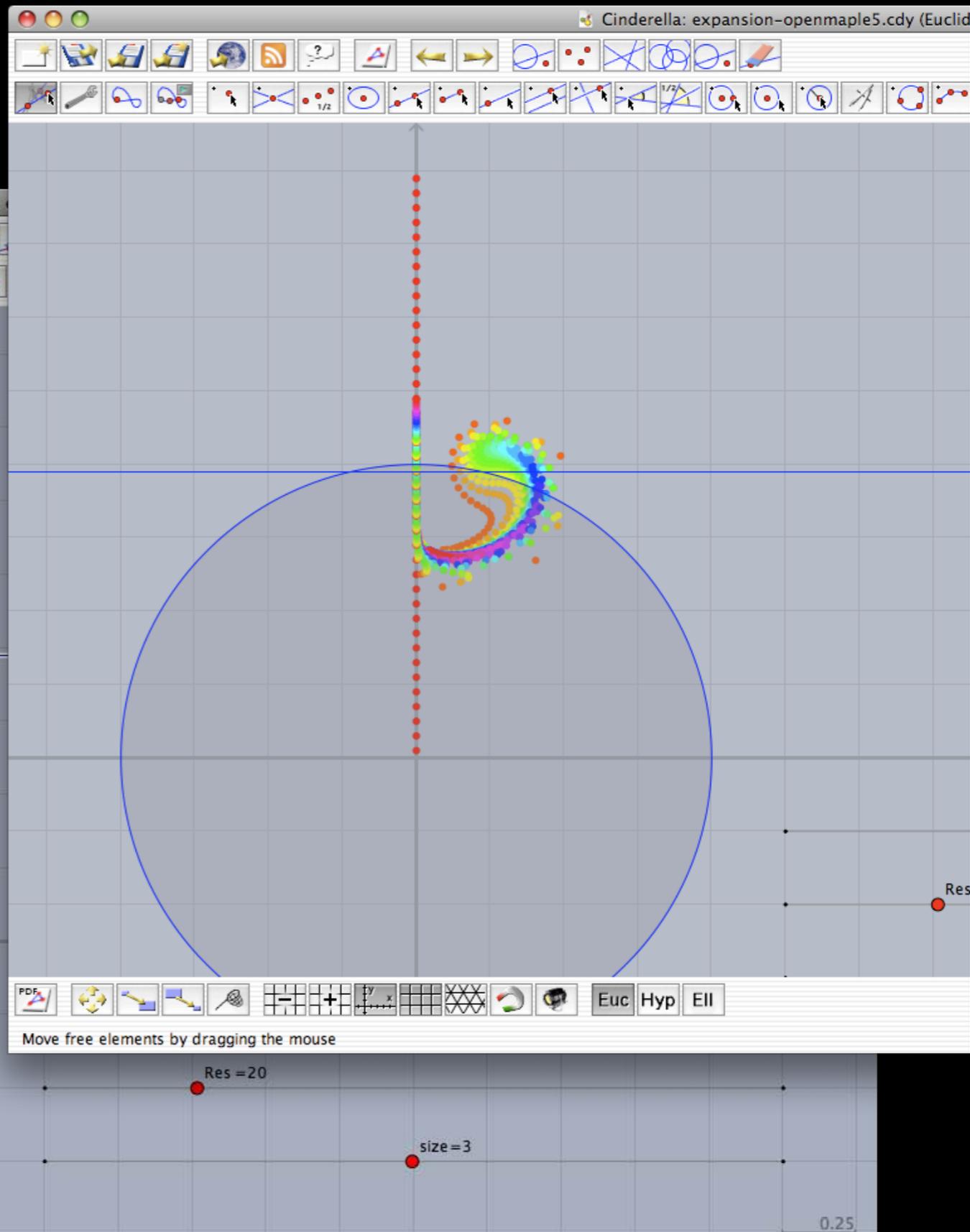
guess(C.x) = -4/5



guess(C.x) = -4/5



**Divide –and-Concur**  
before and after accessing numerical  
output from **Maple**



Jon Borwein / Matt Skerritt / K. 2009

# Visage

## Visualisierung von Graphenalgorithmen



### Visage

[Was ist Visage?](#)

[Visualisierung](#)

[Was wir machen](#)

[Im Unterricht](#)

[Literatur](#)

### News

[Graphenalgorithmen](#)

[Anleitungen](#)

[Forum](#)

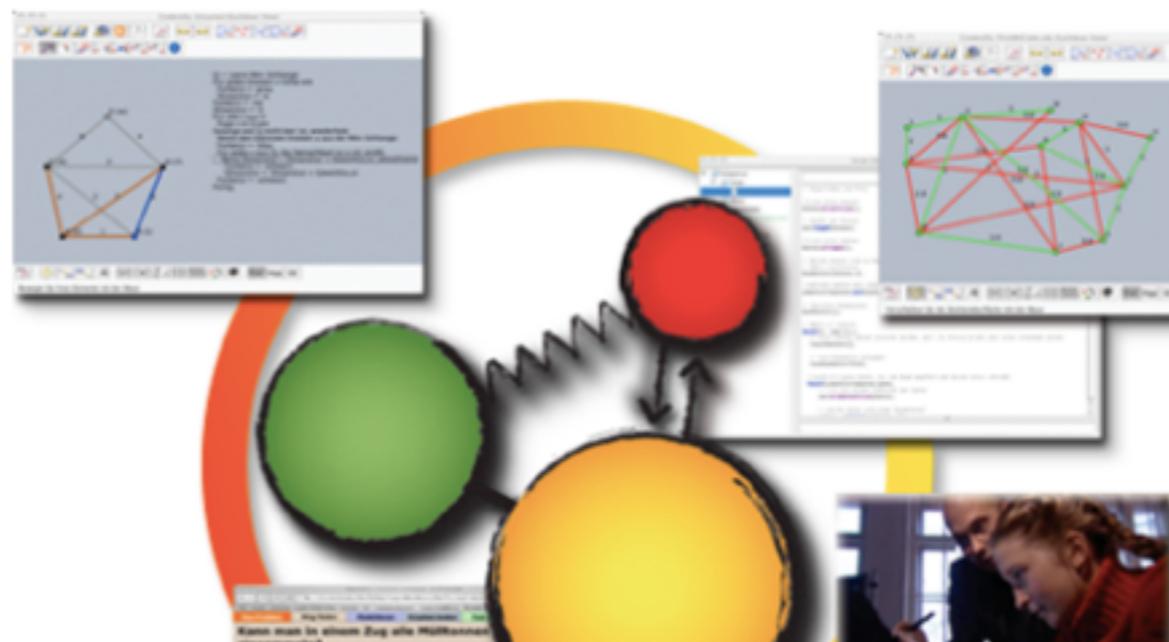
[Galerie](#)

[Kontakt](#)

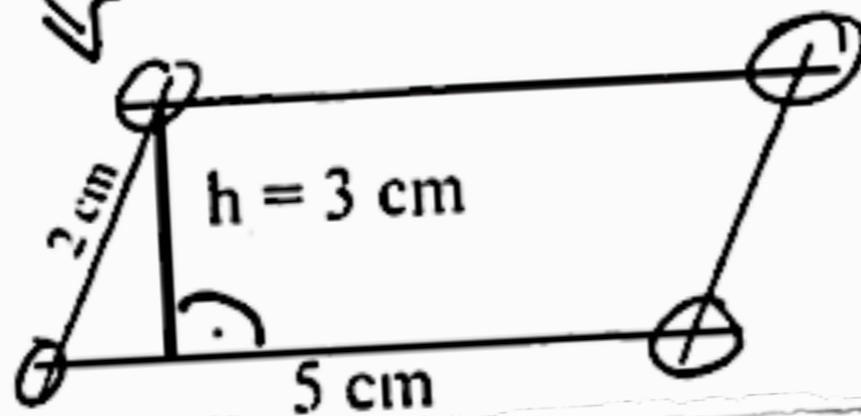
[Downloads](#)

## Visage - Visualisierung von Algorithmen

Kombinatorische Optimierung bietet einen reichhaltigen Fundus an Themen für einen authentischen Mathematikunterricht. Aufgabenstellungen der kombinatorischen Optimierung können oftmals durch Graphenalgorithmen gelöst werden. Der Einsatz einer geeigneten Lernsoftware kann dabei das Lernen fördern und das tiefere Verständnis der zugrunde liegenden Algorithmen verstärken. Themen aus diesem Bereich der Mathematik sind seit 2006 Bestandteil des Berliner Rahmenlehrplans für die Sekundarstufen.



Aufgabe 1: Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Parallelogramms.



„Das ist theoretisch nicht möglich, aber ihr sollt es ja nicht ausmessen.“

„Das ist theoretisch nicht möglich, aber ihr sollt es ja nicht ausmessen!“

F. KLEIN

VORTRÄGE ÜBER DEN  
MATHEMATISCHEN UNTERRICHT  
AN DEN HÖHEREN SCHULEN

Wir kommen jetzt zu den Lehrmethoden. Hier ist zu bemerken, daß dem Lehrer jedenfalls neuerdings ziemlich viel Freiheit in der Behandlung des vorgeschriebenen Stoffes gelassen ist; ganz anders als bei dem Volksschullehrer, der ja in dieser Hinsicht durch die spezifische Ausbildung, von der wir sprachen, und auch durch die Reglements mehr gebunden ist. Hinzu tritt noch der weitere Gegensatz,

“Manche für den Schüler sonst einfach bedienbare Werkzeuge wie z.B. der Zirkel sind bei Cinderella relativ komplex umgesetzt, was zu einer Motivationsabnahme führen kann.”

(Beiermeister 2007)

“Manche für den Schüler sonst einfach bedienbare Werkzeuge wie z.B. der Zirkel sind bei Cinderella relativ komplex umgesetzt, was zu einer Motivationsabnahme führen kann.”

(Beiermeister 2007)

verachten. Das Zeichnen und Messen erfordert zu geeigneter Zeit eine ebensolche Sorgfalt bei der Einübung, als die Gewöhnung an diese oder jene neue Idee des Lehrgebäudes. Alles dies gilt insbesondere für den Lehrer. Man muß mit einem Instrument, wie dem Lineal oder dem Zirkel, selber viel hantiert haben, damit man lehren kann, es zu gebrauchen. Anderenfalls erlebt man Dinge, wie ich sie einmal



E. KLEIN

VORTRÄGE ÜBER DEN  
MATHEMATISCHEN UNTERRICHT

AN DEN HÖHEREN SCHULEN

maßen und Winkelmaßen umzugehen. Solche Übungen wären einerseits auf dem Zeichenpapier vorzunehmen, andererseits aber müßte man auch mit den Schülern hinausgehen auf den Schulhof oder einmal aufs Feld, um dort einfache Messungen mit den einfachsten Instrumenten auszuführen. Etwas Ähnliches geschieht bisweilen im

# L-Mode

Verbal  
Analytic  
Symbolic  
Abstract  
Temporal  
Rational  
Logical  
Linear

## R-Mode

NON-VERBAL	NON-RATIONAL
SYNTHETIC	SPATIAL
CONCRETE	INTUITIVE
ANALOGIC	HOLISTIC

Non-linear



Exkursion!

TURN IT OFF



PUT IT AWAY

\$15 FINE FOR CELL PHONE USE  
DURING CLASS

# Warum müssen wir uns Gedanken machen?

The screenshot shows the Apple App Store interface. At the top, there's a navigation bar with 'Musik', 'Filme', 'TV', 'App Store', 'Bücher', 'Podcasts', and 'iTunes U'. A search bar is on the right. Below the navigation bar, there are three main promotional banners: 'Essentials EINFÜHRUNG IN DIE FOTOGRAFIE', 'Back to School Apps fürs Studium', and 'SAGO mini doodlecast'. The 'Back to School' banner features an illustration of two people using laptops and tablets, surrounded by school-related icons like a globe, microscope, and books.

**Neu und beachtenswert**

App Name	Category	Price
DragonBox Algebra 5+	Bildung	5,49 €
Zahlenrabe Spiele	Spiele	2,69 €
Our Discovery Island: Phonic...	Bildung	Gratis
Night Sky 2	Referenz	0,99 €
Sago Mini Doodlecast	Bildung	1,79 €
Math 42	Bildung	0,89 €
Crazy Machines Golden Gears	Spiele	2,69 €
Babys & Hündchen -...	Spiele	Gratis
Das Dschungelbuch...	Spiele	Gratis
Happi Lie	Spiel zum	1,79 €
Dr. Pandas Flughafen	Bildung	1,79 €
Der Menschliche Körper	Bildung	2,69 €
Dipdap	Spiele	2,69 €
Musyc	Musik	Gratis
Einstein™ Gehirntrainer	Spiele	2,69 €
Montessorie Geometrie - mit...	Bildung	4,49 €
Baue Einen Zug	Spiele	2,69 €
Die Uhr lesen - myBlee	Bildung	3,59 €
Duolingo - Learn Languages for...	Bildung	Gratis
Sofia die	Unterhalt...	3,59 €

**iPhone Bildung**

Bildung

**APP STORE AUF EINEN KLICK**

- Elternleitfaden für iTunes
- Apps von Apple
- Einlösen
- Gekaufte Artikel
- Apps für Lehrer
- Dinge erledigen

**MEISTGEKAUFTE APPS >**

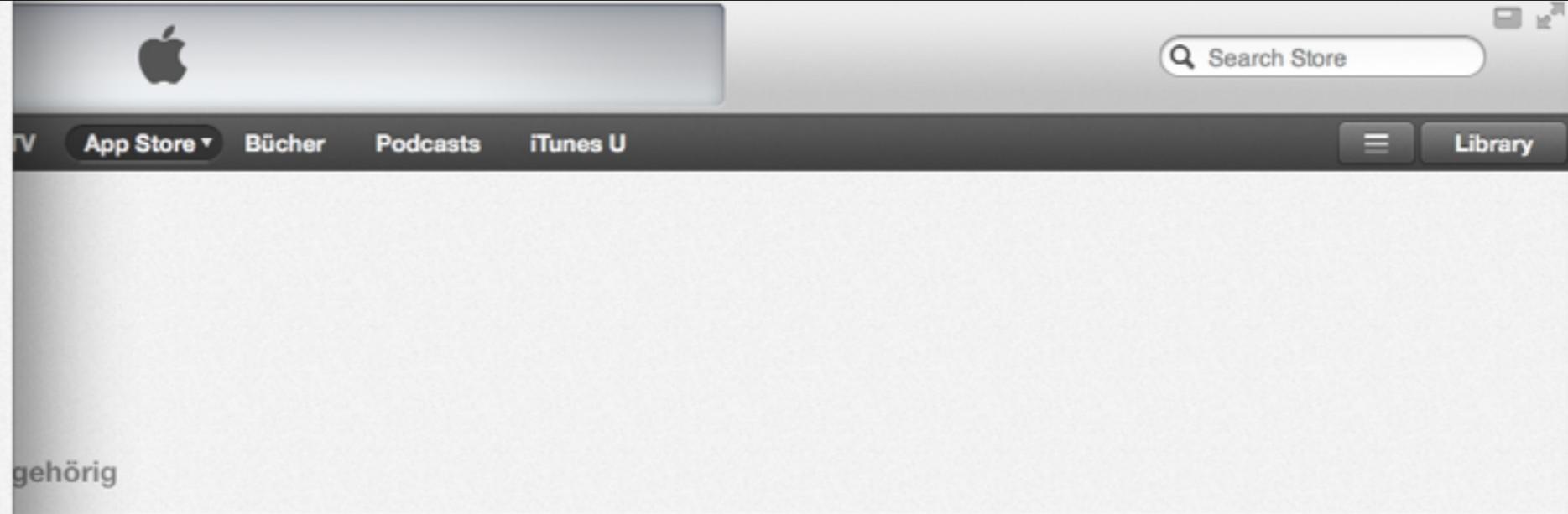
- MATH 42** Math 42 Bildung 3,59 €
- Der Menschliche Körper** Bildung
- iTooch Französisch als Fremds...** Bildung

**In der Schule**

- DEUTSCH
- MATHEMATIK
- NATURWISSENSCHAFTEN
- ERDKUNDE
- GESCHICHTE

## MEISTGEKAUFTE APPS >

1. **MATH 42** Math 42  
Bildung
2. **Der Menschliche Körper**  
Bildung
3. **iTooch Französisch als Fremds...**  
Bildung



## Screenshots

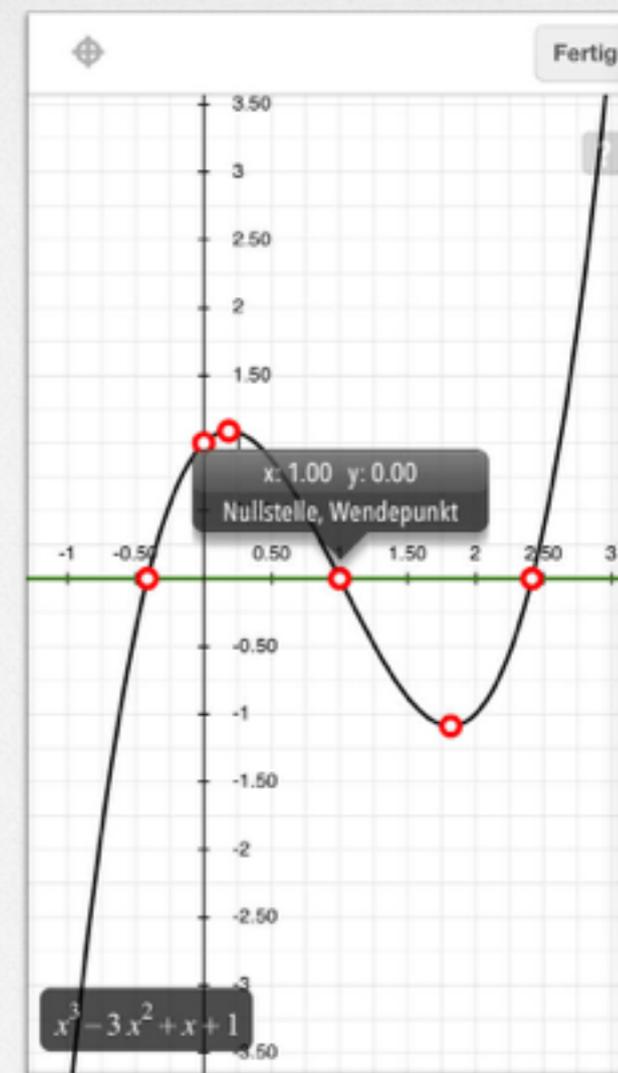
iPhone

iPad

The screenshot shows the app's interface for solving the equation  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$ . It provides several steps: 'Variable Terme separieren' leading to  $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + x = 1$ , 'Variable Terme gruppieren' leading to  $\frac{61x}{30} = 1$ , and 'Nenner kreuzweise multiplizieren' leading to  $61x = 30$ . The final solution is  $x = \frac{30}{61}$ .

This screenshot shows the same equation with alternative solution methods: 'Terme vereinfachen', 'Terme faktorisieren', 'Brüche addieren', 'Terme anordnen', 'Gleichung lösen', and 'Variable Terme separieren'. Below the buttons is a calculator interface with the equation  $x/2 + x/3 + x/5 = 1 - x$  entered and a numeric keypad.

The screenshot displays a text-based explanation titled 'Gleichartige Terme zusammenfassen'. It explains that within sums and products, like terms can be combined. It provides an example:  $2 \cdot a - b + 3 \cdot a - b = (2 + 3) \cdot a - b = 5 \cdot a - b$ . It also defines 'Faktoren' (factors) and provides another example.



## Beschreibung

Schulanfang Aktion – MATH 42 hilft Schülern der 5. bis 12. Klasse bei ihren Mathematik Hausaufgaben mit (1) intelligenten Vorschlägen, wie eine Aufgabe zu lösen ist, (2) symbolischen Schritten

## Screenshots

iPhone

iPad

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

▼ Gleichung lösen ✕

- ▶ Variable Terme separieren
 
$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + x = 1$$
- ▶ Variable Terme gruppieren
 
$$\frac{61x}{30} = 1$$
- ▶ Nenner kreuzweise multiplizieren
 
$$61x = 30$$
- ▶ Polynomterm normieren
 
$$x = \frac{30}{61}$$
- ▶ Nebenrechnung Überprüfe die Lösung
 
$$x = \frac{30}{61}$$

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

- Terme vereinfachen
- Terme faktorisieren
- Brüche addieren
- Terme anordnen
- Gleichung lösen
- Variable Terme separieren

$x/2 + x/3 + x/5 = 1 - x$

x	y	z	7	8	9	←	→	✕
a	b	c	4	5	6	+	*	^
sin	cos	tan	1	2	3	-	/	√
ln	e	π	0	.	(	)	=	

← → 🏠 Fertig

### Gleichartige Terme zusammenfassen

Innerhalb von Summen und *Produkten* können gleichartige *Terme* zusammengefasst werden. In Summen sind dies die *Summanden* deren *Variablenanteil* übereinstimmt. Beim Zusammenfassen werden die Zahlanteile *addiert* und als Faktor vor den Variablenanteil gesetzt. Insbesondere Zahlen können direkt addiert werden.

Beispiel:  
 $2 \cdot a \cdot b + 3 \cdot a \cdot b = (2 + 3) \cdot a \cdot b = 5 \cdot a \cdot b$ .

Innerhalb von Produkten können *Faktoren*, deren Basis übereinstimmt, zusammengefasst werden. Der zusammengefasste Term ergibt sich als Potenz mit der (jeweils gleichen) Basis und einem *Exponenten*, der aus der Summe der Einzelexponenten besteht. Anmerkung: Kommt ein Faktor, der zusammengefasst werden soll, nicht als Potenz vor, so wird mit einem 'gedachten' Exponenten von 1 gerechnet.

Beispiel:

## Beschreibung

Schulanfang Aktion – MATH 42 hilft Schülern der 5. bis 12. Klasse bei ihren Mathematik Hausaufgaben mit (1) intelligenten Vorschlägen, wie eine Aufgabe

# Math 42

Cogeon GmbH >

Details | **Bewertungen und Rezensionen** | Zugehörig

## App Store Bewertungen und Rezensionen

Aktuelle Version | Alle Versionen

### DURCHSCHNITTLICHE BEWERTUNG



Aufgrund von 40 Bewertungen

ZUM BEWERTEN KLICKEN ★★★★★



### KUNDENREZENSIONEN

Eine Rezension schreiben | App-Support

22 Kundenrezensionen | **Nützlichste** ▾

#### SUPER APP ★★★★★

von Bayern<3 – 16. Jul 2013

Hilft mir wirklich bei den Hausaufgaben!

War diese Rezension hilfreich? Ja | Nein | Ein Problem melden

#### Now this is something you can work with! ★★★★★

von S V E N J A – 17. Jul 2013

Really well made App. In teaching math it is crucial to make the steps clear and comprehensible. Something the App has definately accomplished. Every single step is described at full length and visually good implemented. Also easy to use!

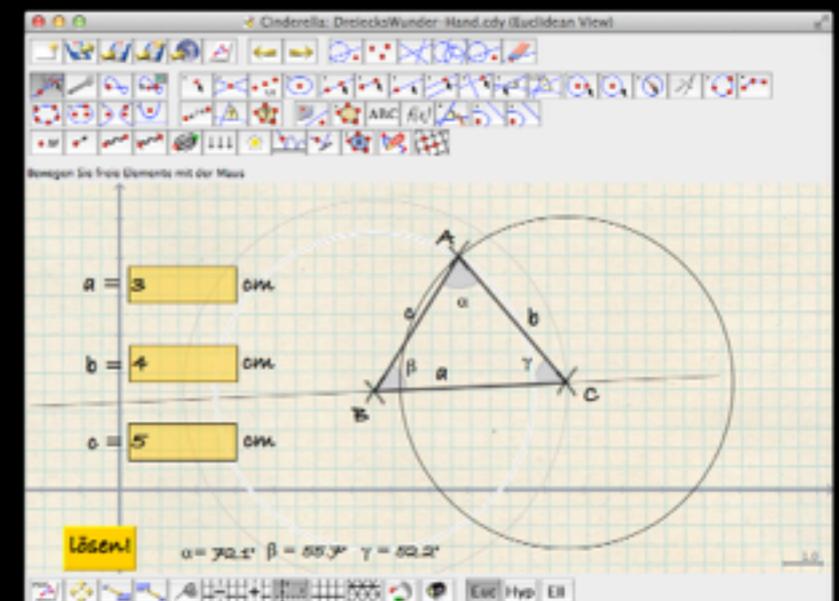
War diese Rezension hilfreich? Ja | Nein | Ein Problem melden

**SUPER APP** ★★★★★

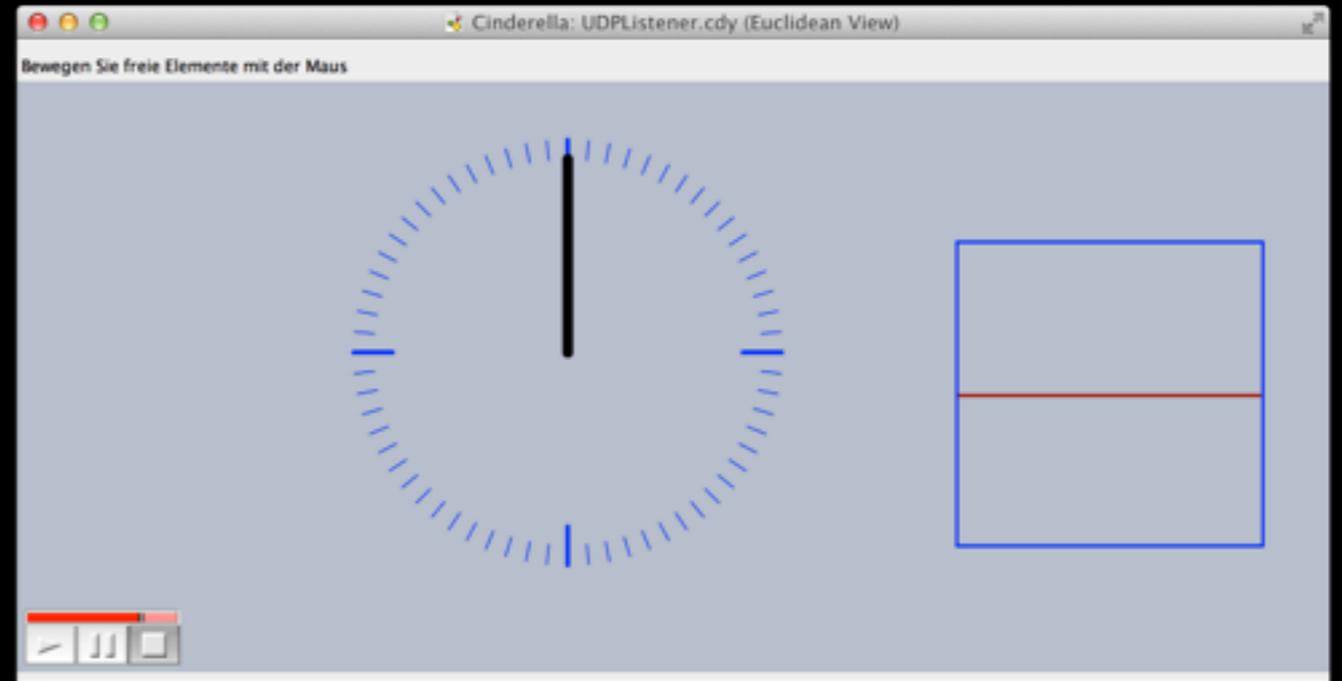
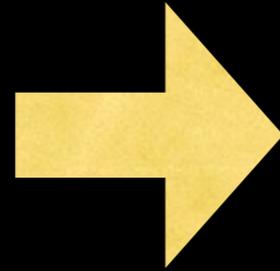
von Bayern<3 – 16. Jul 2013

Hilft mir wirklich bei den Hausaufgaben!

- Diese App unterstützt nicht das Mathematiklernen, sondern „hilft bei den Hausaufgaben“

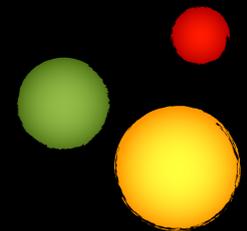






Sensorlogger

Cinderella



<http://amongstbits.com/sensorLogger.html>

Necessity is the mother of invention.  
Play is the father of invention.

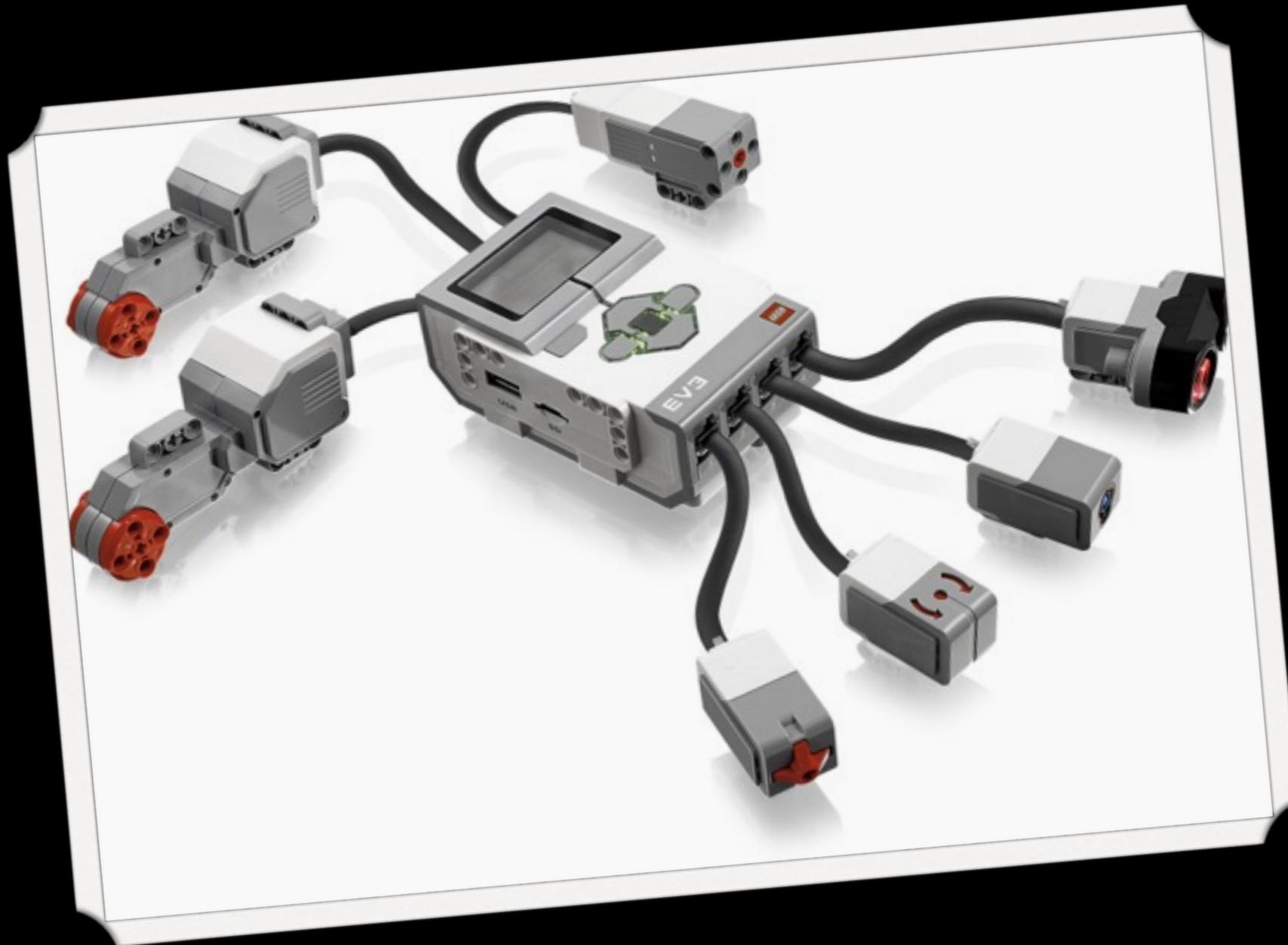
Roger von Oech

Im Spiele erfolgt eine freie Entfaltung der sinnlichen und geistigen Triebe (Kräfte) des Kindes. Sie erfolgt in harmonischer Weise, daß keine Kraft die andere zu sehr überflügelt, überwuchert oder erstickt.

Schulrat Franz Kzesnigek, System der Pädagogik als Volkserziehung,

1912

# LEGO Mindstorms™ EV3

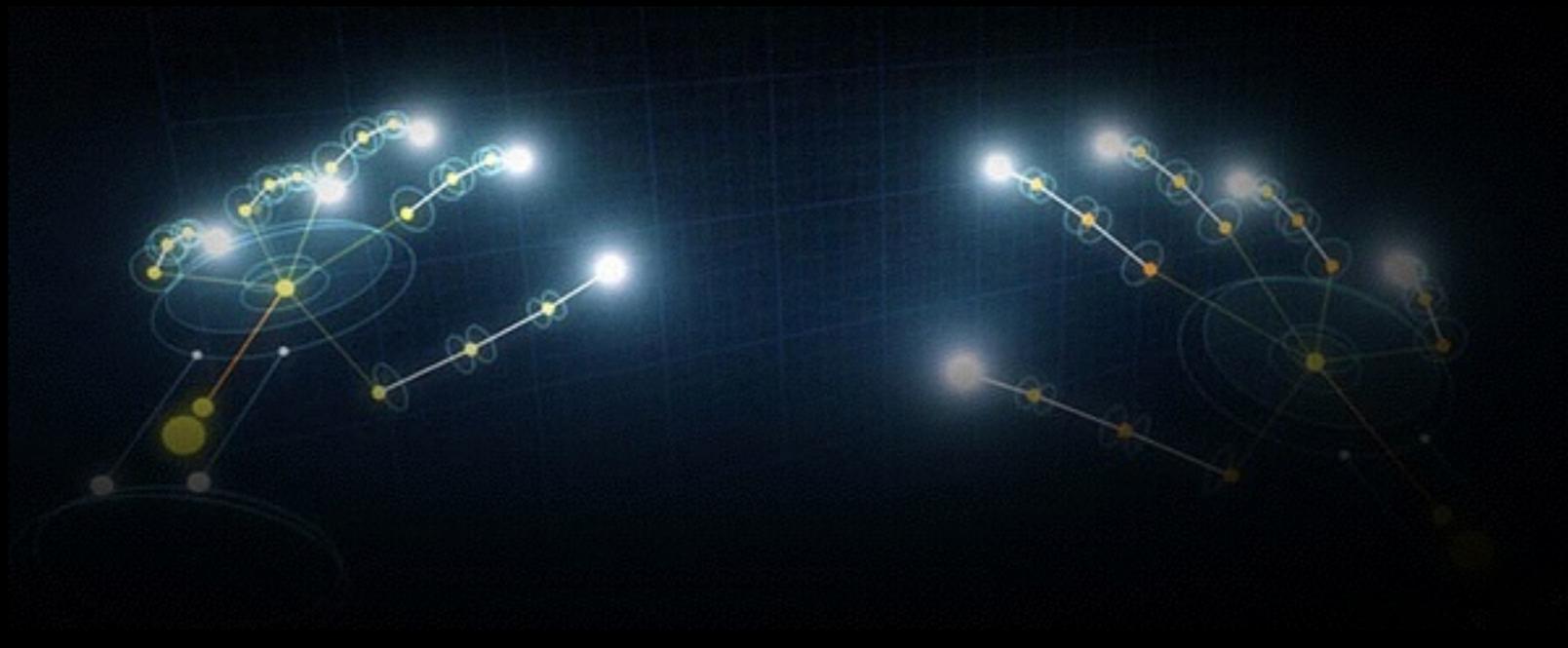


Welche Sensoren machen Sinn?

<http://www.youtube.com/watch?v=I8VvTENzPGI>

<http://www.youtube.com/watch?v=I8VvTENzPGI>

# 3D



Don't dissect a Frog. Build it.

Nicholas Negroponte, MIT



# The Ten Year Cycle

---

A rough analysis of the history of (math) software evolution actually shows two interwoven development processes: On the one hand, every ten years “something really great” is introduced to the public and changes the way how we use computers. On the other hand, most of the novelties existed before they became widespread: First as a dream of some scientist, then as a scientific prototype, then as a first – commercially not always successful – product. And, these stages seem to be reached in a similar ten-year cycle. To support this theory at least a little think of the Desktop metaphor: it was initiated as a user interface in the 60s, the first scientific prototypes came in the early 70s, in the 80s you could buy software for it, in the 90s it was well established (and nowadays most people cannot live without it).

The Future of Mathematical Software, K. 2001



Cheap GPS. (from: xkcd.com)

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

[kortenkamp@cermat.org](mailto:kortenkamp@cermat.org)

[kortenkamps.net](http://kortenkamps.net) – [cermat.org](http://cermat.org)

<http://cinderella.de> (kostenlos!)

