



WESTFÄLISCHE
WILHELMS-UNIVERSITÄT
MÜNSTER

Mathematik hören und Musik sehen mit Hilfe eines Computeralgebrasystems



wissen.leben
WWU Münster

schuermann.uwe@uni-muenster.de

Institut für Didaktik der Mathematik
und der Informatik



Mathematik hören und Musik sehen mit Hilfe eines Computeralgebrasystems

Aufbau des Vortrags

- (0) Vorüberlegungen
- (1) Funktionen und Musik
- (2) Anwendungen für den Unterricht
- (3) Ausblick und Grenzen des Ansatzes

(0) Vorüberlegungen

Motivation

- Musikalischer Laie
- Einfache Anwendungen für den Schulunterricht
- Kreativität im Mathematikunterricht
- Geringer technischer und organisatorischer Aufwand für den Unterricht

(0) Vorüberlegungen

Technische Voraussetzungen

- CAS: (wx)Maxima
- Paket namens sound.lisp für Maxima
(unter: <http://riotorto.users.sourceforge.net/sound/>)
- Gnuplot (unter Windows im Download enthalten)
- Programm zum Abspielen von Wave-Dateien

- Alternative: Java-Applet von Reinhard Oldenburg (auf seiner Internetseite)

(0) Vorüberlegungen

Rolle des CAS

- CAS als Funktionenplotter
 - Plot zum Graph der Tonfunktion
 - Wave-Datei ist auch ein Funktionsplot

(0) Vorüberlegungen

Medienpädagogik

- Mediendidaktik: CAS/Funktionenplotter als mediendidaktisches Werkzeug
- Medienkunde: SuS erhalten Einblick in die Möglichkeiten eines CAS/Funktionenplotters und üben den Umgang damit
- Medienerziehung: Reflexion über die Bedeutung des Computers in der Populärmusik

(1) Funktionen und Musik

Ton, Klang, Geräusch und Knall in der Physik und in der Musik

	Physik	Musik
Ton	Reines Sinussignal	Existiert in Wirklichkeit nicht / annähernd Stimmgabel
Klang	Periodisch aber zusammengesetzt aus Grundton und Obertönen	Keine eindeutige Trennung: Klangfarbe =
Geräusch	Nicht periodisches Signal	Lautstärke*(Klang+Geräusch)
Knall	Verlauf der Lautstärke (Amplitude) sprunghaft	

(1) Funktionen und Musik: Beispiele mit Maxima

(Sinus-)Ton

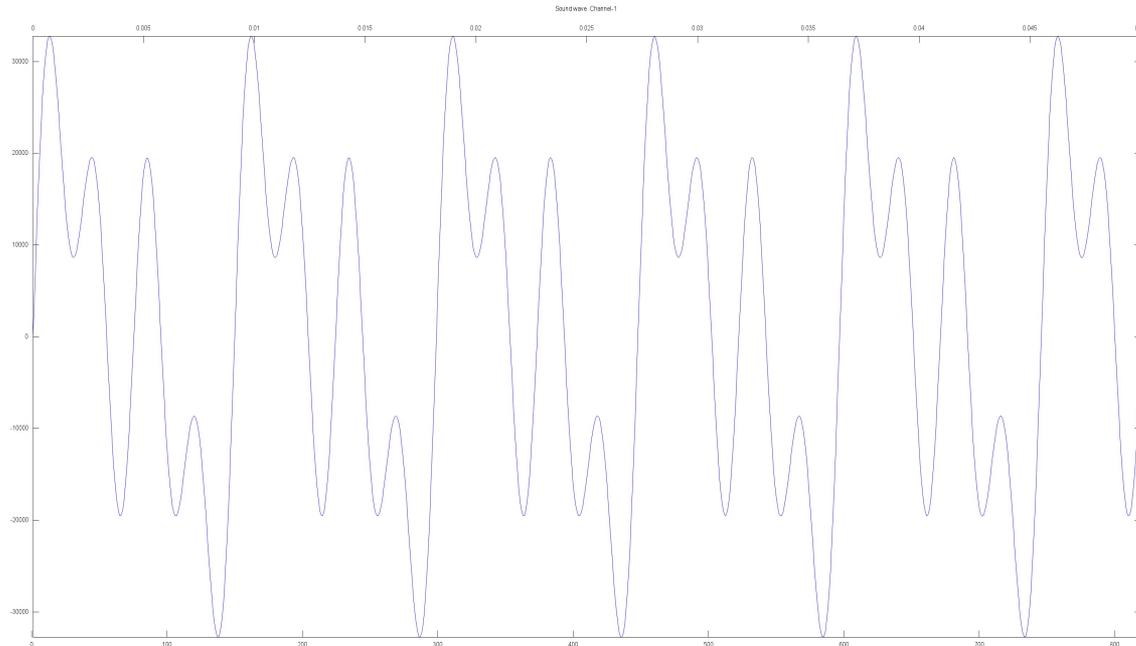
`--> play (wave(sin(2*%pi*440*t), t, 0, 1));`



(1) Funktionen und Musik: Beispiele mit Maxima

Klang

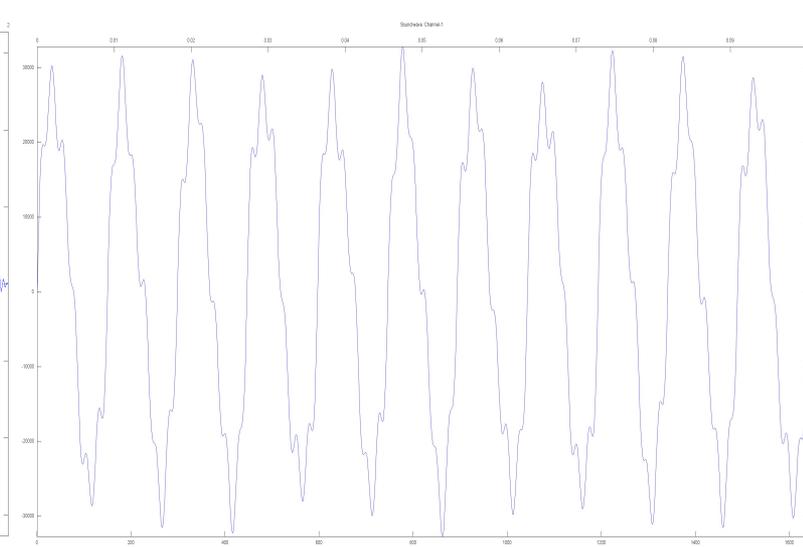
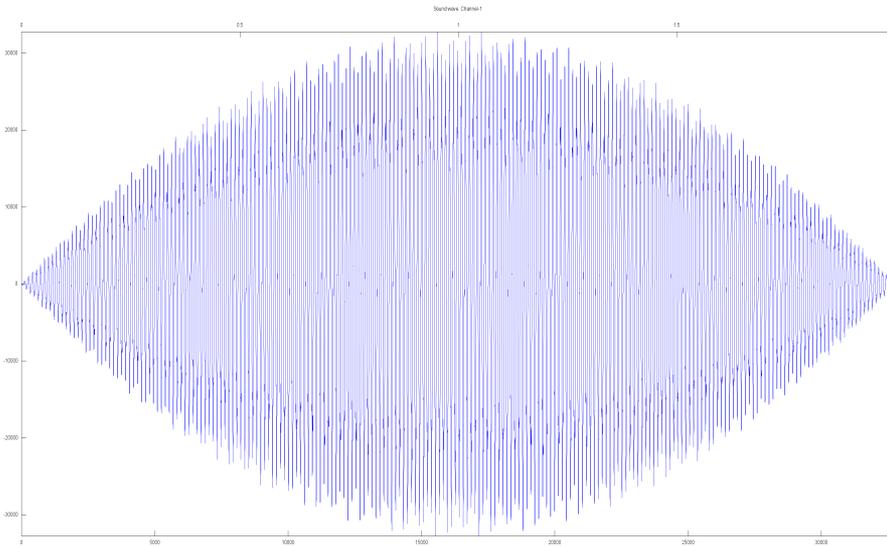
```
--> play(  
  wave(sin(2*%pi*110*t), t, 0, 1),  
  wave(sin(2*%pi*220*t), t, 0, 1),  
  wave(sin(2*%pi*440*t), t, 0, 1)  
);
```



(1) Funktionen und Musik: Beispiele mit Maxima

Geräusch

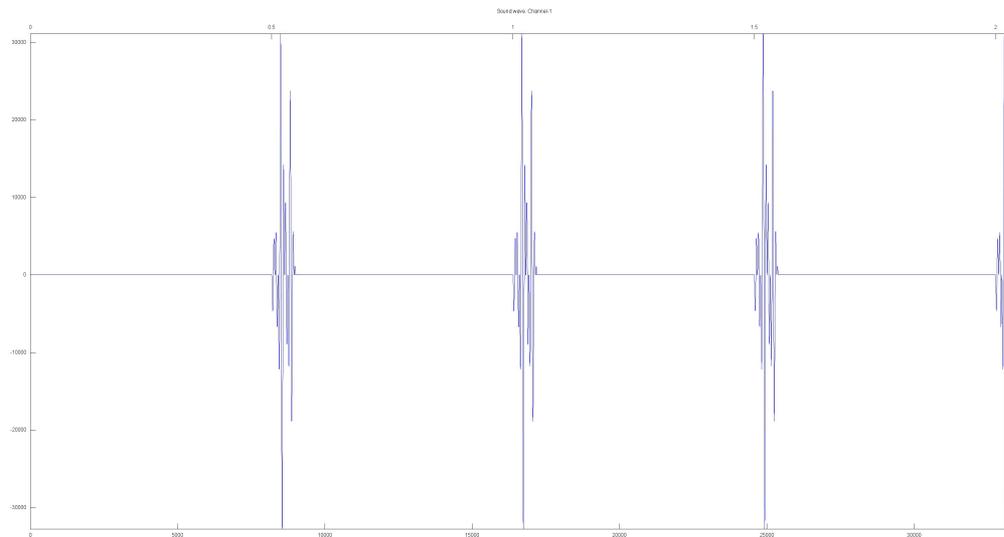
```
--> play ( wave(t*(t-2)*0.7*sin(2*pi*110*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.08*sin(2*pi*220*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.01*sin(2*pi*330*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.02*sin(2*pi*440*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.02*sin(2*pi*550*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.1*sin(2*pi*660*t), t, 0, 2),  
  
           wave(t*(t-2)*0.02*sin(2*pi*150*t), t, 0, 2),  
           wave(t*(t-2)*0.05*sin(2*pi*300*t), t, 0, 2)  
);
```



(1) Funktionen und Musik: Beispiele mit Maxima

Knall

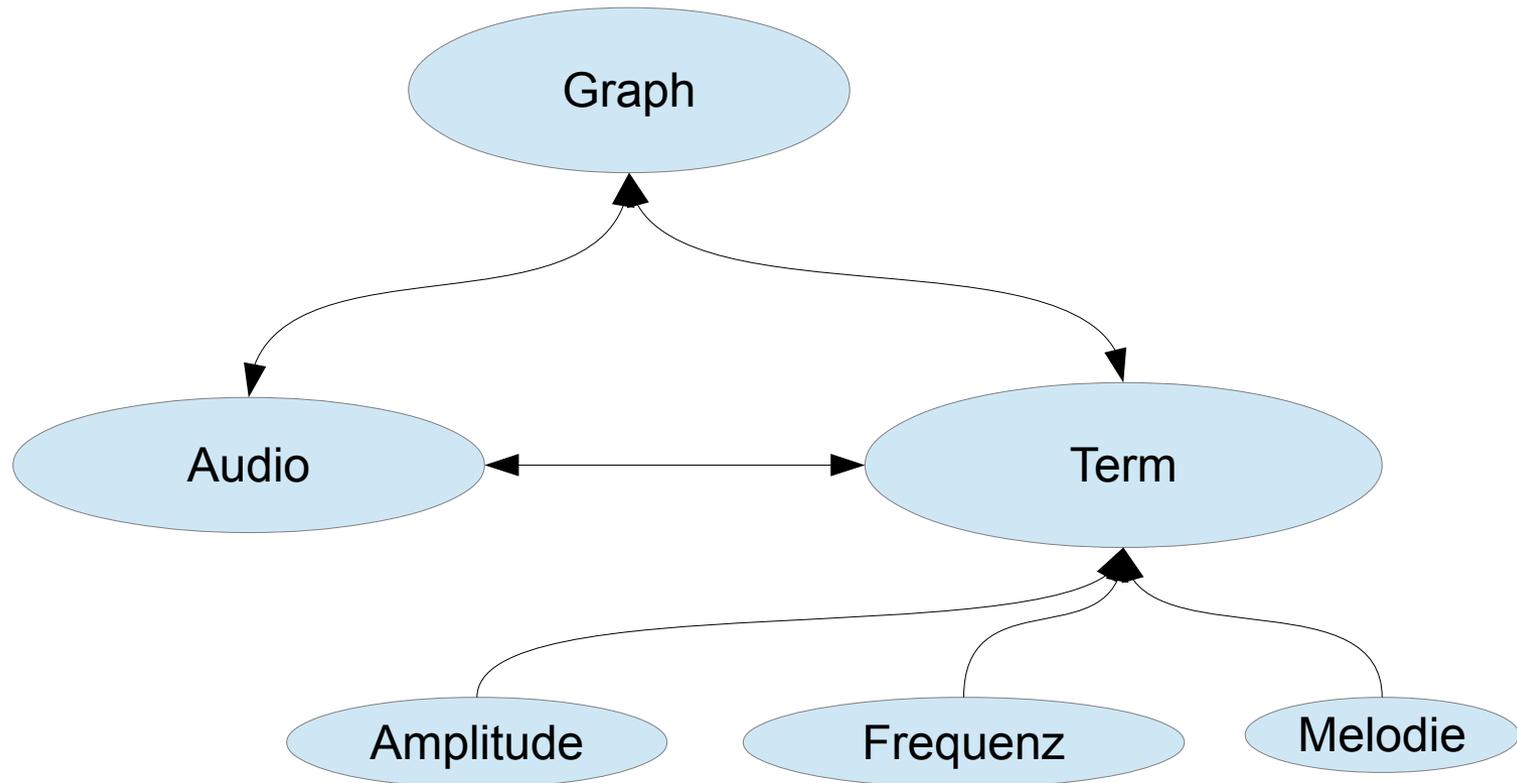
```
--> play ( wave((t*(t-0.05))*sin(2*%pi*100*t), t, 0, 0.05, 0.5, 1, 1.5, 2),  
           wave((t*(t-0.05))*sin(2*%pi*150*t), t, 0, 0.05, 0.5, 1, 1.5, 2),  
           wave((t*(t-0.05))*sin(2*%pi*200*t), t, 0, 0.05, 0.5, 1, 1.5, 2)  
         );
```



(2) Anwendungen für den Unterricht

- Zuordnungsaufgaben
- Hörtests
- Melodien als abschnittsweise definierte Funktionen
- Weitere Experimente und Forschungsaufgaben

(2) Anwendungen für den Unterricht: Zuordnungsaufgaben



(2) Anwendungen für den Unterricht: Hörtests

Mögliche Fragestellungen bzw. Themen

- Ab welcher Lautstärke hört man einen Ton?
- Welche Frequenzen können überhaupt gehört werden?
- Untersuchung des Hauptsprachbereichs?
- Maskierung

(2) Anwendungen für den Unterricht:

Melodien als abschnittsweise definierte Funktionen

- Einfache Melodien „nachspielen“ lassen
- Einfache Melodien selbst gestalten:

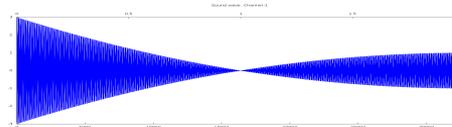
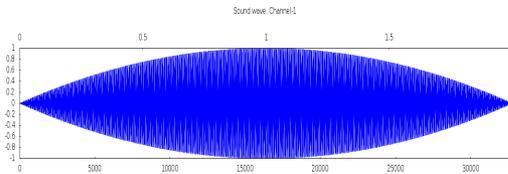
Eine einfache Melodie aus den Tönen C (261,63 Hz), D (293,67 Hz) und E (329,63 Hz)

```
--> play(  
    wave(t^2*(t-0.5)^2*sin(2*pi*261.63*t), t, 0, 0.5, 0, 0.5, 1),  
    wave(t^2*(t-0.5)^2*sin(2*pi*293.67*t), t, 0, 0.5, 1.5),  
    wave(t^2*(t-0.5)^2*sin(2*pi*329.63*t), t, 0, 0.5, 2)  
);
```

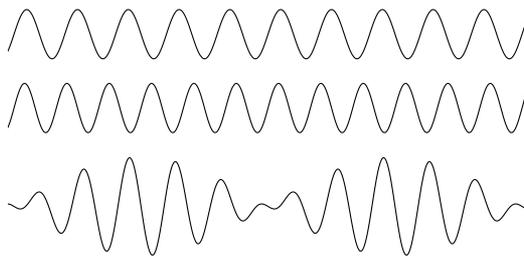
(2) Anwendungen für den Unterricht:

Weitere Experimente und Forschungsaufgaben

- Sanfte Übergänge als Trassierungsproblem
- Experimentieren mit Transformationen der Amplitude



- Phänomen Schwebung



```
--> play(
wave(sin(2*%pi*200*t), t, 0, 5, 0),
wave(sin(2*%pi*201*t), t, 0, 5, 0)
);
```



(3) Ausblick und Grenzen des Ansatzes

Fachübergreifender bzw. fächerverbindender Unterricht

- Physik (z. B.: Schall, Schallenergie, Schall in unterschiedlichen Trägermedien)
- Musik (z. B.: Stimmung von Instrumenten / musikalische Intervalle)
- Biologie (z. B.: musikalische Intervalle, Hauptsprachbereich und Evolution)



(3) Ausblick und Grenzen des Ansatzes

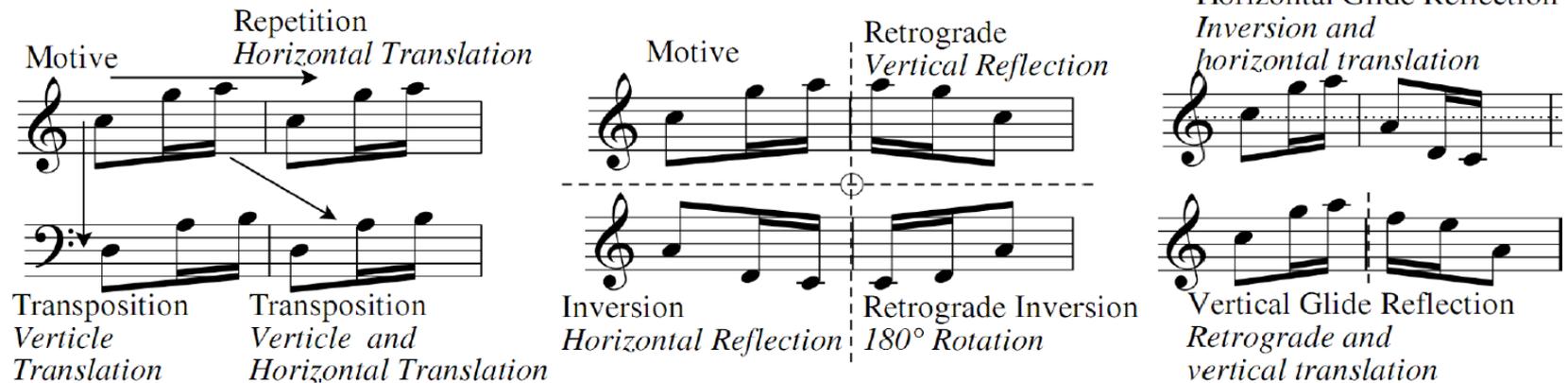
Bruchrechnung

- Klopfen von Rhythmen
- Tonintervalle als Teilungsverhältnisse am Monochord, z. B.:
 - Oktave: 1:2 (aufwärts bei Halbierung der Länge einer Seite)
 - Quinte: 2:3 (aufwärts bei zwei Dritteln der Länge einer Seite)

(3) Ausblick und Grenzen des Ansatzes

Geometrie

- Komponieren mit Kongruenzabbildungen in der Ebene:
Verschiebung, Spiegelung, Drehung



Motive

Repetition
Horizontal Translation

Transposition
Verticle Translation

Transposition
Verticle and Horizontal Translation

Motive

Retrograde
Vertical Reflection

Inversion
Horizontal Reflection

Retrograde Inversion
180° Rotation

Horizontal Glide Reflection
Inversion and horizontal translation

Vertical Glide Reflection
Retrograde and vertical translation

Figure 1: *All Eight Isometric Transformations in Musical Space*



(3) Ausblick und Grenzen des Ansatzes

Hürden

- Zugang zu moderner Hardware ist Voraussetzung
- Kontextspezifisches Wissen abseits der Mathematik



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

(Dateivorlagen unter <http://tinyurl.com/pt6xp8r>)