

Präsenzübung 3 zur Vorlesung  
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie  
Wintersemester 2018/2019

**Teil 1. Kombinatorik**

**Aufgabe 1.** Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es

- i)* im Fußballtoto (z.B. in der Variante: 11 Spiele tippen auf gewonnen/verloren/unentschieden);
- ii)* im Zahlenlotto „6 aus 49“ (ohne Superzahl)?

**Aufgabe 2.** Für einen überbuchten Flug können nur noch 3 Tickets ausgestellt werden, 10 verbleibende Passagiere möchten aber mit einem der Tickets fliegen.

Wieviele Möglichkeiten gibt es, drei Passagiere auszuwählen,

- i)* wenn alle Tickets gleich sind;
- ii)* wenn die drei Tickets unterschiedlich sind?

**Teil 2. Körper**

**Aufgabe 3.** Es sei  $M$  die Menge  $M = \{0, 1\}$  versehen mit den Verknüpfungen “+” und “·”, die über folgende Verknüpfungstabellen definiert seien:

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \text{sowie} \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} .$$

Verifizieren Sie anhand der Tabellen, dass  $(M, +, \cdot)$  ein Körper ist.

*Bitte wenden.*

**Aufgabe 4.** Betrachten Sie das kartesische Produkt  $\mathbb{K} := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , d.h. die Menge aller Paare  $(a, b)$  reeller Zahlen.

Die Menge  $\mathbb{K}$  sei wie folgt versehen mit einer Addition „+“ und einer Multiplikation „·“

$$i) (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d),$$

$$ii) (a, b) \cdot (c, d) := (ac - bd, ad + bc).$$

- Berechnen Sie  $(a, b) \cdot (1, 0)$  und  $(1, 0) \cdot (a, b)$  für beliebige  $a, b \in \mathbb{R}$  sowie  $(0, 1) \cdot (0, 1)$ .
- Finden Sie zu jedem Paar  $(a, b) \neq (0, 0)$  ein Paar  $(c, d)$  mit  $(a, b) \cdot (c, d) = (1, 0)$ .

*Bemerkung.* Indem man alle weiteren Regeln nachrechnet, kann verifiziert werden, dass  $(\mathbb{K}, +, \cdot)$  ein Körper ist. Er heißt der Körper  $\mathbb{C}$  der komplexen Zahlen. Das Element  $(0, 1) \in \mathbb{C}$  heißt nach Euler die imaginäre Einheit  $i$ .

### Teil 3. Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen

**Aufgabe 5.** Zeigen Sie:

$$\{x \in \mathbb{R} : |x - 2| + |2 - |x - 2|| < 1\} = \emptyset.$$

### Teil 4. Quadratische Gleichungen, Polynomdivision

**Aufgabe 6.** Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

$$i) x^2 - 2x = 24;$$

$$ii) 3x^2 = \frac{1}{4}(x + 1);$$

$$iii) x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0.$$

### Bearbeitung und Besprechung.

In den Übungsgruppen *Fr.*, 30.11.2018, *bis Do.*, 06.12.2018.