

Präsenzübung 3 zur Vorlesung
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2018/2019

Teil 1. Kombinatorik

Aufgabe 1. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es

- i)* im Fußballtoto (z.B. in der Variante: 11 Spiele tippen auf gewonnen/verloren/unentschieden);
- ii)* im Zahlenlotto „6 aus 49“ (ohne Superzahl)?

Aufgabe 2. Für einen überbuchten Flug können nur noch 3 Tickets ausgestellt werden, 10 verbleibende Passagiere möchten aber mit einem der Tickets fliegen.

Wieviele Möglichkeiten gibt es, drei Passagiere auszuwählen,

- i)* wenn alle Tickets gleich sind;
- ii)* wenn die drei Tickets unterschiedlich sind?

Teil 2. Körper

Aufgabe 3. Es sei M die Menge $M = \{0, 1\}$ versehen mit den Verknüpfungen “+” und “·”, die über folgende Verknüpfungstabellen definiert seien:

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \text{sowie} \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} .$$

Verifizieren Sie anhand der Tabellen, dass $(M, +, \cdot)$ ein Körper ist.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. Betrachten Sie das kartesische Produkt $\mathbb{K} := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, d.h. die Menge aller Paare (a, b) reeller Zahlen.

Die Menge \mathbb{K} sei wie folgt versehen mit einer Addition „+“ und einer Multiplikation „·“

$$i) (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d),$$

$$ii) (a, b) \cdot (c, d) := (ac - bd, ad + bc).$$

- Berechnen Sie $(a, b) \cdot (1, 0)$ und $(1, 0) \cdot (a, b)$ für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ sowie $(0, 1) \cdot (0, 1)$.
- Finden Sie zu jedem Paar $(a, b) \neq (0, 0)$ ein Paar (c, d) mit $(a, b) \cdot (c, d) = (1, 0)$.

Bemerkung. Indem man alle weiteren Regeln nachrechnet, kann verifiziert werden, dass $(\mathbb{K}, +, \cdot)$ ein Körper ist. Er heißt der Körper \mathbb{C} der komplexen Zahlen. Das Element $(0, 1) \in \mathbb{C}$ heißt nach Euler die imaginäre Einheit i .

Teil 3. Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen

Aufgabe 5. Zeigen Sie:

$$\{x \in \mathbb{R} : |x - 2| + |2 - |x - 2|| < 1\} = \emptyset.$$

Teil 4. Quadratische Gleichungen, Polynomdivision

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

$$i) x^2 - 2x = 24;$$

$$ii) 3x^2 = \frac{1}{4}(x + 1);$$

$$iii) x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0.$$

Bearbeitung und Besprechung.

In den Übungsgruppen *Fr.*, 30.11.2018, *bis Do.*, 06.12.2018.